

ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΙΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

A. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις - στις παρενθέσεις δίνεται σε κάποιες περιπτώσεις και η τιμή της Διακρίνουσας των αντίστοιχων τριωνύμων.

1. $x^2 - x + 1 > 0$ ($\Delta = -3$)

2. $x^2 + 4 < 0$

3. $x^2 - 9 \geq 0$

4. $x^2 + 3x > 0$

5. $2x - 6x^2 \geq 0$

6. $x^2 - 4x + 4 > 0$ ($\Delta = 0$)

7. $-x^2 + 2x - 1 \leq 0$ ($\Delta = 0$)

8. $a^2 + ab + b^2 > 0$ ($ab \neq 0$)

(40 μονάδες)

B. Δίνεται το τριώνυμο: $f(x) = x^2 - 2x - 3$

B1. Να βρείτε το πρόσημο του $f(x)$ για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού x . (10 μονάδες)

B2. Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού: $\left(-\frac{2023}{2024}\right)^2 + \frac{4046}{2024} - 3$ (10 μονάδες)

B3. Αν γνωρίζουμε ότι για τους αριθμούς α, β ισχύει ότι οι αριθμοί $f(\alpha)$ και $f(\beta)$ είναι αρνητικοί, να αποδείξετε ότι η απόσταση των αριθμών α, β είναι μικρότερη από 4 μονάδες. (10 μονάδες)

Γ. Δίνεται το τριώνυμο: $f(x) = x^2 + 3x - \lambda^2$, $\lambda \neq 0$

Γ1. Να βρείτε τη Διακρίνουσα και να εξηγήσετε ότι η $f(x)$ έχει δύο άνισες ρίζες. (10 μονάδες)

Γ2. Να βρείτε το πρόσημο των ριζών του τριωνύμου. (10 μονάδες)

Γ3. Αν οι αριθμοί x_1, x_2 είναι οι ρίζες του με $x_1 < x_2$ και κ αρνητικός μεγαλύτερος του x_1 , να βρείτε το πρόσημο του $f(\kappa)$, εξηγώντας τον ισχυρισμό σας. (10 μονάδες)

ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΙΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

A. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις - στις παρενθέσεις δίνεται σε κάποιες περιπτώσεις και η τιμή της Διακρίνουσας των αντίστοιχων τριωνύμων.

1. $x^2 - 2x + 5 > 0$ ($\Delta = -16$)

2. $x^2 + 9 < 0$

3. $x^2 - 25 \geq 0$

4. $x^2 + 2x > 0$

5. $2x - 8x^2 \geq 0$

6. $x^2 - 6x + 9 > 0$ ($\Delta = 0$)

7. $-x^2 + 4x - 4 \leq 0$ ($\Delta = 0$)

8. $a^2 - ab + b^2 > 0$ ($ab \neq 0$)

(40 μονάδες)

B. Δίνεται το τριώνυμο: $f(x) = x^2 - 3x - 4$

B1. Να βρείτε το πρόσημο του $f(x)$ για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού x . (10 μονάδες)

B2. Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού: $\left(-\frac{2023}{2024}\right)^2 + 3 \cdot \frac{2023}{2024} - 4$ (10 μονάδες)

B3. Αν γνωρίζουμε ότι για τους αριθμούς α, β ισχύει ότι οι αριθμοί $f(\alpha)$ και $f(\beta)$ είναι αρνητικοί, να αποδείξετε ότι η απόσταση των αριθμών α, β είναι μικρότερη από 5 μονάδες. (10 μονάδες)

Γ. Δίνεται το τριώνυμο: $f(x) = x^2 + 2x - \lambda^2$, $\lambda \neq 0$

Γ1. Να βρείτε τη Διακρίνουσα και να εξηγήσετε ότι η $f(x)$ έχει δύο άνισες ρίζες. (10 μονάδες)

Γ2. Να βρείτε το πρόσημο των ριζών του τριωνύμου. (10 μονάδες)

Γ3. Αν οι αριθμοί x_1, x_2 είναι οι ρίζες του με $x_1 < x_2$ και κ θετικός μικρότερος του x_2 , να βρείτε το πρόσημο του $f(\kappa)$, εξηγώντας τον ισχυρισμό σας. (10 μονάδες)

ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΙΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

A. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις - στις παρενθέσεις δίνεται σε κάποιες περιπτώσεις και η τιμή της Διακρίνουσας των αντίστοιχων τριωνύμων.

1. $x^2 - 2x + 5 > 0$ ($\Delta = -16$)

2. $x^2 + 9 < 0$

3. $x^2 - 25 \geq 0$

4. $x^2 + 2x > 0$

5. $2x - 8x^2 \geq 0$

6. $x^2 - 6x + 9 > 0$ ($\Delta = 0$)

7. $-x^2 + 4x - 4 \leq 0$ ($\Delta = 0$)

8. $a^2 - ab + b^2 > 0$ ($ab \neq 0$)

9. $x^2 - 5x - 6 < 0$ ($\Delta > 0$, ρίζες οι αριθμοί -1 και 6)

10. $-x^2 + 3x - 2 \leq 0$ ($\Delta > 0$, ρίζες οι αριθμοί 1 και 2)

(50 μονάδες)

B. Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - x - 2$, $x \in \mathbb{R}$

B1. Να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημο του τριωνύμου. (20 μονάδες)

B2. Να βρείτε το πρόσημο των αριθμών $f\left(-\frac{101}{100}\right)$, $f\left(\frac{303}{100}\right)$, $f\left(-\frac{99}{100}\right)$. (15 μονάδες)

B3. Αν α και β αριθμοί μεταξύ των ριζών του $f(x)$ με $\alpha < \beta$, να αποδείξετε ότι:

i. Ο αριθμός $\frac{2\alpha + \beta}{3}$ βρίσκεται μεταξύ των α και β και $f\left(\frac{2\alpha + \beta}{3}\right) < 0$. (10 μονάδες)

ii. Να δικαιολογήσετε ότι $f(\alpha - 3) > 0$. (5 μονάδες)

ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΙΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

A. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις - στις παρενθέσεις δίνεται σε κάποιες περιπτώσεις και η τιμή της Διακρίνουσας των αντίστοιχων τριωνύμων.

1. $x^2 - 3x + 7 > 0$ ($\Delta = -19$)

2. $x^2 + 1 < 0$

3. $x^2 - 4 \geq 0$

4. $x^2 + 5x > 0$

5. $2x - 4x^2 \geq 0$

6. $x^2 + 6x + 9 > 0$ ($\Delta = 0$)

7. $-x^2 + 2x - 1 \leq 0$ ($\Delta = 0$)

8. $a^2 + ab + b^2 > 0$ ($ab \neq 0$)

9. $x^2 - 5x + 6 < 0$ ($\Delta > 0$, ρίζες οι αριθμοί 2 και 3)

10. $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$ ($\Delta > 0$, ρίζες οι αριθμοί 1 και 3)

(50 μονάδες)

B. Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - 4x - 5$, $x \in \mathbb{R}$

B1. Να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημο του τριωνύμου. (20 μονάδες)

B2. Να βρείτε το πρόσημο των αριθμών $f\left(-\frac{101}{100}\right)$, $f\left(\frac{505}{100}\right)$, $f\left(-\frac{99}{100}\right)$. (15 μονάδες)

B3. Αν α και β αριθμοί μεταξύ των ριζών του $f(x)$ με $\alpha < \beta$, να αποδείξετε ότι:

i. Ο αριθμός $\frac{\alpha + 2\beta}{3}$ βρίσκεται μεταξύ των α και β και $f\left(\frac{\alpha + 2\beta}{3}\right) < 0$. (10 μονάδες)

ii. Να δικαιολογήσετε ότι $f(\alpha - 5) > 0$. (5 μονάδες)