

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1 και ΜΙΚΡΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΠΡΟΣΘΕΣΗ, ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

A. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις με διανύσματα:

$$1. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$$

$$2. \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{LB} = \overrightarrow{LN} + \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{MB}$$

$$3. \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GD}$$

$$4. \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AL} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{ML} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AP}$$

$$5. \overrightarrow{KP} + \overrightarrow{MZ} - \overrightarrow{KZ} - \overrightarrow{MT} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{TZ} = \overrightarrow{PQ}$$

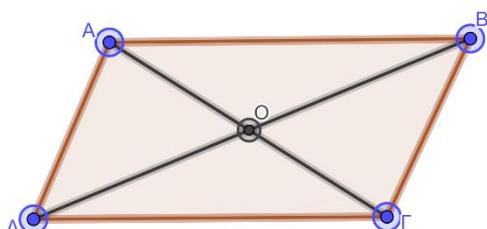
B. Να συμπληρώσετε τα γράμματα που λείπουν ώστε να είναι σωστές οι παρακάτω πράξεις:

$$1. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AP} \quad 2. \overrightarrow{KP} - \overrightarrow{KN} = \overrightarrow{NP} \quad 3. \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{0} \quad 4. \overrightarrow{PT} - \overrightarrow{PK} + \overrightarrow{TM} = \overrightarrow{KM}$$

Γ. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

$$1. \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BD} \quad 2. \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GA} \quad 3. \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$$

$$4. \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{AG} \quad 5. \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{0} \quad 6. \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{0}$$



$$\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PD} - \overrightarrow{PC} \Rightarrow \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{CD}$$

Δ. Αν ισχύει η σχέση $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PG} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PD}$ να αποδείξετε ότι το $AB\Delta\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.

E. Αν ισχύει ότι: $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{ZG} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{ZE}$ να δείξετε ότι το B είναι μέσον του τμήματος AG .

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{ZG} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{ZG} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BG}$$

ΣΤ. Αν τα σημεία A, B, Γ, Δ είναι ανά τρία μη συνευθειακά και ισχύει η σχέση $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{AZ} + \overrightarrow{BH} - \overrightarrow{EZ}$, να δείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{AZ} + \overrightarrow{BZ} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HG} \Rightarrow \overrightarrow{AZ} + \overrightarrow{ZB} = \overrightarrow{BG} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BG}$

Ζ. Τα ευθύγραμμα τμήματα AB και $\Gamma\Delta$ έχουν κοινό μέσο ενώ τα σημεία A, B, Γ, Δ δεν είναι συνευθειακά.

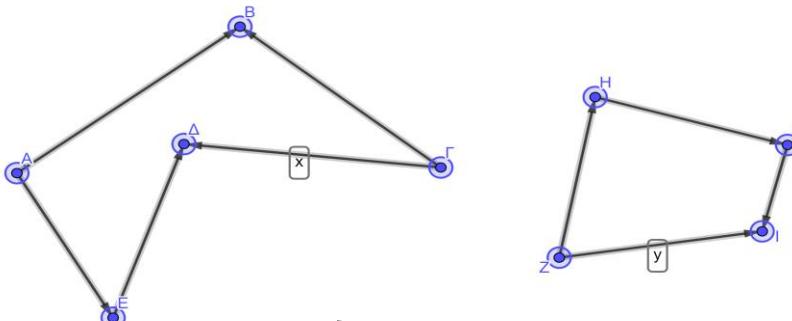
Επίσης, για δύο σημεία E, Z ισχύει ότι: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{GZ}$. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BZ}$ ($AB\Gamma\Delta$ Λαριγό)

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{GZ} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{ZG} \Rightarrow \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BG}$$

Η. Το $AB\Gamma$ είναι τρίγωνο. Να προσδιορίσετε τη θέση ενός σημείου M ώστε: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{GM}$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BG} \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GA} \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow M \equiv A$$

Θ. Στα παρακάτω σχήματα, να εκφράσετε τα διανύσματα x και y ως συνάρτηση των υπόλοιπων διανυσμάτων που υπάρχουν στα δύο πολύγωνα.



$$\overrightarrow{K\Lambda} - \overrightarrow{\Gamma\Lambda} - \overrightarrow{KA} = \overrightarrow{K\Lambda} + \overrightarrow{\Gamma\Lambda} - \overrightarrow{KA} = \overrightarrow{K\Gamma} - \overrightarrow{KA} = \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} \text{ ουα γραμμική ανατομη.}$$

I. Δίνονται διανύσματα \overrightarrow{AB} και \overrightarrow{BG} για τα οποία γνωρίζουμε ότι $|\overrightarrow{AB}| = 4$ και $|\overrightarrow{BG}| = 7$. Να αποδείξετε ότι για δύο οποιαδήποτε σημεία K και L ισχύει ότι: $3 \leq |\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{GL} - \overrightarrow{KA}| \leq 11$

ΙΑ. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και το σημείο E , μέσο της πλευράς $\Delta\Gamma$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

i. Να βρείτε το αποτέλεσμα στις παρακάτω πράξεις:

$$1. \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AG} \quad 2. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AE}$$

ii. Ποια από τις παρακάτω διαφορές δεν ισούται με \overrightarrow{GD} :

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AG}, \overbrace{\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BE}}^{\text{II}}$$

