

## ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η γραφική παράσταση είναι ημικύκλιο με κέντρο  $K(2,0)$ ,  $R=2$ .

Η εξίσωση του αντίστοιχου κύκλου είναι:  $(x-2)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow$

$$y^2 = 4 - x^2 + 4x - 4 \Rightarrow y^2 = 4x - x^2 \text{ άρα, για } y \geq 0, \text{ η εξίσωση}$$

$$\text{γίνεται } y = \sqrt{4x - x^2}, \text{ συνεπώς } f(x) = \sqrt{4x - x^2}.$$

Γ2. Το εμβαδόν του τριγώνου  $\triangle OAB$  είναι:  $\frac{4 \cdot \sqrt{4x - x^2}}{2} = 2\sqrt{4x - x^2}$

ενώ το ημικύκλιό είναι  $\frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 2\pi$ .

Άρα, το ζητούμενο  $E(x) = 2\pi - 2\sqrt{4x - x^2} = 2(\pi - \sqrt{4x - x^2})$ .

Η  $E(x)$  ορίζεται στο  $[0,4]$  με  $E'(x) = -2 \cdot \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} = \frac{2x-4}{\sqrt{4x-x^2}}$

άρα:  $E'$ 

0	2	4
	-	+
	-	+

 το εμβαδόν των υψηλών τμημάτων  
 $E \rightarrow \nearrow$  γίνεται ελάχιστο όταν  $x=2$  και

η ελάχιστη τιμή του είναι  $E(2) = 2\pi - 4$ .

Γ3. Αφού η προβολή κινείται στον  $x$  με  $x'(t) = \frac{1}{4}$  m/s έχουμε

ξεκινώντας από το  $(0,0)$ , είναι  $x(t) = \frac{1}{4}t$ ,  $t \in [0,16]$ .

Η χρονική στιγμή  $t_0$  που  $x(t_0) = 1$ , είναι  $t_0 = 4$  s και

τότε  $f(x(t_0)) = \sqrt{3}$  δηλαδή το σημείο  $A$  έχει συντεταγμένες

$A(t, \sqrt{3})$  και η απόσταση  $OA = \sqrt{1+3} = 2$ , δηλαδή  $\cos \varphi(t) = \frac{1}{2}$ .

$$\text{Επίσης, } f(t) = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{4}t - \left(\frac{1}{4}t\right)^2} = \sqrt{t - \frac{t^2}{16}} = \frac{1}{4} \sqrt{16t - t^2}.$$

Αν το τρίγωνο  $ABO$  είναι  $\cos \varphi(t) = \frac{AB}{OB} = \frac{\frac{1}{4} \sqrt{16t - t^2}}{\frac{1}{4}t}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \varphi(t)} \cdot \varphi'(t) = \frac{\frac{16-2t}{2\sqrt{16t-t^2}} \cdot t - \sqrt{16t-t^2}}{t^2} \text{ άρα}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi(t)} \cdot \varphi'(t) = \frac{-8t}{t^2 \sqrt{16t-t^2}}$$