

## Βασικοί κανόνες πρόσθεσης και πολ/σμού ρητών αριθμών (7.1-και 7.6)

**Ομόσημοι:** Οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο.

**Ετερόσημοι:** Οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

**Απόλυτη τιμή** ενός αριθμού, ονομάζουμε την απόστασή του στον άξονα από το μηδέν. Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού, είναι πάντα θετικός αριθμός με εξαίρεση το  $|0|=0$ .

Για να προσθέσω δύο ομόσημους αριθμούς, προσθέτω τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα κρατάω το ίδιο πρόσημο με τους αριθμούς.

$$5 + 7 = 12, (-3) + (-2) = -5, (-4) + (-3) = -7, 8 + 5 = 13$$

Για να προσθέσω δύο ετερόσημους αριθμούς, αφαιρώ τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα κρατάω το πρόσημο εκείνου που είχε τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

$$7 + (-5) = 2, 8 + (-11) = -3, (-7) + 4 = -3, -6 + 10 = 4, -9 + 6 = -3$$

Σειρά σας τώρα:

$$\begin{array}{llll} (-7) + (-3) = & (-6) + (+5) = & (+7) + (+4) = & -5 + 12 = \\ 7 + (-9) = & 10 + (-12) = & 8 + (-4) = & -10 + 9 = \\ -5 + (-3) = & -8 + (-4) = & 5 + (+11) = & -2 + (-4) = \end{array}$$

**Αφαίρεση** είναι η πρόσθεση του αντίθετου, δηλαδή, αν έχουμε να κάνουμε την πράξη  $a - b$ , τη μετατρέπουμε σε πρόσθεση:  $a + (-b)$ .

Δείτε τα παρακάτω παραδείγματα:

$$\begin{array}{ll} (-7) - (-3) = (-7) + (+3) = -4 & (-6) - (+5) = (-6) + (-5) = -11 \\ 10 - (-12) = 10 + (+12) = 22 & 8 - (-4) = 8 + (+4) = 12 \\ -8 - (+3) = -8 + (-3) = -11 & -10 - (-4) = -10 + (+4) = -6 \end{array}$$

Σειρά σας και πάλι:

$$\begin{array}{ll} (-5) - (-4) = & (-9) - (+7) = \\ 9 - (-11) = & 12 - (-7) = \\ -10 - (+6) = & -11 - (-7) = \end{array}$$

Προσπαθήστε και με τις παρακάτω συνδυάζοντας κατάλληλα όσα ξέρετε:

$$\begin{array}{ll} -7 + (-4) + 5 + (-8) = & 5 + (-9) + (-4) + 11 = \\ -6 - (+7) - (-8) + (-4) = & 9 - (-6) - (+10) - (+1) = \end{array}$$

**Απαλοιφή παρενθέσεων:** Για να βγάλουμε μια παρένθεση, αν έχει μπροστά της θετικό πρόσημο, την παραλείπουμε μαζί με το πρόσημο και γράφουμε όλους τους αριθμούς που είχε μέσα με ό,τι πρόσημο είχαν. Δείτε:

$$(5-3-2)+(-4+1)+(5-8+3)=5-3-2-4+1+5-8+3$$

$$(-5+1)+(-1-2)+(4-3)+(-2+1)=-5+1-1-2+4-3-2+1$$

Αν το πρόσημο μπροστά από την παρένθεση είναι (-), τότε παραλείπουμε το πρόσημο και την παρένθεση και γράφουμε ό,τι υπήρχε μέσα με αλλαγμένο πρόσημο. Δείτε:

$$-(3-7)-(-4+3)-(8+7)-(-3-2)=-3+7+4-3-8-7+3+2$$

Παρατηρήστε τώρα πως εφαρμόζονται οι παραπάνω κανόνες αν στις παρενθέσεις υπάρχουν γράμματα:

$$(\alpha - \beta) - (\gamma - \alpha) + (\beta - \alpha) - (-\alpha + \beta) = \alpha - \beta - \gamma + \alpha + \beta - \alpha + \alpha - \beta$$

$$-(\alpha - \beta) - (-\gamma + \beta) + (\gamma - \alpha) - (\alpha + \beta) = -\alpha + \beta + \gamma - \beta + \gamma - \alpha - \alpha - \beta$$

❖ Αν έχουμε άθροισμα ή διαφορά πολλών όρων, προτιμούμε να χωρίσουμε θετικούς από αρνητικούς και να κάνουμε τις πράξεις μεταξύ τους, για παράδειγμα:

$$-5 + 7 + 3 - 11 - 2 - 4 + 6 + 9 - 8 =$$

$$(7 + 3 + 6 + 9) - (5 + 11 + 2 + 8) = 25 - (+26) = 25 - 26 = -1$$

**Πολλαπλασιασμός (διαίρεση) ομόσημων:** Πολ/ζουμε (ή διαιρούμε) τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε θετικό πρόσημο στο αποτέλεσμα.

$$-3 \cdot (-4) = 12, \quad (-2) \cdot (-7) = 14, \quad (+4) \cdot (+5) = 20, \quad (-20) : (-4) = 5$$

**Πολλαπλασιασμός (διαίρεση) ετερόσημων:** Πολ/ζουμε (ή διαιρούμε) τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε αρνητικό πρόσημο στο αποτέλεσμα.

$$-3 \cdot 7 = -21, \quad 7 \cdot (-4) = -28, \quad -12 : (+4) = -3, \quad -20 : (+5) = -4$$

Ιδιότητες πράξεων σε πρόσθεση και πολλαπλασιασμό:

$$\alpha + \beta = \beta + \alpha$$

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha \quad (\text{αντιμεταθετική})$$

$$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$$

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma \quad (\text{προσεταιριστική})$$

$$\alpha + 0 = \alpha$$

$$\alpha \cdot 1 = \alpha \quad (\text{ουδέτερο στοιχείο})$$

$$\alpha + (-\alpha) = 0 \quad (\text{αντίθετος}) \quad \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1 \quad (\text{αντίστροφος αριθμός})$$

Επιμεριστική ιδιότητα:

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma \quad \text{και} \quad \alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha\beta - \alpha\gamma$$

**Γινόμενο πολλών παραγόντων:** Αν το πλήθος των αρνητικών είναι άρτιος (ζυγός) αριθμός, το αποτέλεσμα έχει θετικό πρόσημο, ενώ αν το πλήθος των αρνητικών είναι περιττός (μονός) το αποτέλεσμα έχει αρνητικό πρόσημο.

- Δεν επιτρέπεται η διαίρεση με το μηδέν, αλλά  $\alpha \cdot 0 = 0$ .
- **Αντίθετοι:** Δύο αριθμοί με άθροισμα 0, **Αντίστροφοι:** Δύο αριθμοί με γινόμενο 1.

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΩΝ

Γράψτε το αποτέλεσμα:

$$-3+5= \quad 2-7= \quad -4-3= \quad 2+8= \quad -6-4= \quad -5-7=$$

$$2+6= \quad 3-9= \quad -2+8= \quad -1-3= \quad 7-10= \quad 8-9=$$

$$-3-4= \quad 5+1= \quad -6-2= \quad -3+9= \quad -4+7= \quad -5-3=$$

$$(-3)(-2)= \quad (+5)(-2)= \quad (-7)(-4)= \quad (+5)(-4)=$$

$$(+4)(-6)= \quad (-3)(-8)= \quad (+6)(+3)= \quad (-8)(+5)=$$

$$(-8):(-4)= \quad (+12):(-6)= \quad (+20):(-4)= \quad (-9):(-3)=$$

$$(+16):(-8)= \quad (+10):( +2)= \quad (-12):( +4)= \quad (-16):(-8)=$$

Βγάλτε τις παρενθέσεις και διώξτε τους αντίθετους:

$$(a-b)-(c-a)-(-b+c)=$$

$$-(x-\psi)+(c-\zeta)-(x+\zeta)=$$

$$a-(b+c)+(-b+a)-(c-b)=$$

$$(-x+\psi)-(\zeta-w)+(w-x)-(-\zeta-x)=$$

Κάνετε πρώτα τους πολ/σμούς και τις διαιρέσεις, στη συνέχεια προσθέσεις και αφαιρέσεις:

$$(-8):(-2) - 3 \cdot (-4) = \quad 4 \cdot (-5) + (-6):(+2) =$$

$$-4:2 - 3 \cdot (-4) = \quad -6:(-3) - 4:(-2) =$$

$$-12:4 - 2 \cdot (-3) = \quad 20:(-5) + (-8):2 =$$

$$15:(-5) + 2 \cdot 4 = \quad -3 \cdot (+4) - 8:4 =$$

Εκτελέστε (ξέρετε εσείς...) τις παρακάτω πράξεις:

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \quad -\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \quad -\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{5} - 2 = \quad 1 - \frac{3}{4} = \quad -1 - \frac{1}{2} = \quad -\frac{4}{3} + 2 =$$

$$-\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \quad -\frac{3}{5} : \left(-\frac{4}{5}\right) = \quad \frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{4}\right) = \quad -\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{10} =$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΠΡΑΞΕΙΣ

A. Βγάζετε παρενθέσεις, κάνετε πράξεις, τσεκάρτε το αποτέλεσμα και επαναλαμβάνετε αν δεν είναι το σωστό!

$$1. (-2-3)-(4-5)+(-1+6)-(-9+8) = \text{Απ: } 2 \quad 2. -(9-6)+(-1-2)-(3+4)+(5-6) = \text{Απ: } -14$$

$$3. -(4-8)+(-3-7)-(-1+6)+(-2+5) = \text{Απ: } -8 \quad 4. (-5+9)+(6-4)-(3-2)+(-1-8) = \text{Απ: } -4$$

$$5. -[-(1-3)+(2-4)]+[(7+9)-(6-8)] = \text{Απ: } 4 \quad 6. [-(3-9)+(-4-1)]-[5-(6-7)] = \text{Απ: } -5$$

$$7. (-2) \cdot (-3+5) - (-8:2) \cdot (4-6) = \text{Απ: } -12 \quad 8. (-7-2):(-1+4) - (9-5):(5-3) = \text{Απ: } -5$$

$$9. [6:(-3)] - [-8:(-4)] + (-1-2) \cdot (8-9) = \text{Απ: } -1 \quad 10. -8:[-4+3 \cdot 2] - [(-5-4):(4-1)] = \text{Απ: } -1$$

B. Ό,τι και για την A, αλλά με κλάσματα!

$$1. \left(\frac{1}{2}-1\right) - \left(2-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right) = \text{Απ: } -\frac{31}{12} \quad 2. -\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right) - \left(-1+\frac{2}{3}\right) = \text{Απ: } -\frac{3}{4}$$

$$3. \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{4}{5}\right) : \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \text{Απ: } -\frac{3}{5} \quad 4. \left(1-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-2-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{7}{3}\right) : \left(\frac{7}{5}\right) = \text{Απ: } \frac{10}{3}$$

Γ. Συνδυάζουμε τα προηγούμενα και κάνουμε το ίδιο.

$$1. (-3+7):(-1-1) \cdot \left(1-\frac{2}{3}\right) - \left(1+\frac{1}{2}\right) : \left(-1-\frac{1}{3}\right) = \text{Απ: } \frac{11}{24}$$

$$2. \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) : \frac{-5}{-4-2} - \left(2-\frac{7}{3}\right) : \left(\frac{1+3}{3}-1\right) - \left(-1-\frac{4}{5}\right) = \text{Απ: } 3$$

$$3. \left(\frac{-2}{3}-\frac{1}{-4}+\frac{5}{-6}\right) : \left(1+\frac{1}{4}\right) - (-9:3) - \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) \cdot (-1-5) = \text{Απ: } 0$$

$$4. \left[-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\right] - \left[2-\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{3}{5}\right)\right] - \left[-2 \cdot \left(\frac{1}{3}-1\right) + \frac{2}{3}\right] = \text{Απ: } -\frac{35}{12}$$

Δ. Πρώτα βγάλτε τις παρενθέσεις και μετά αντικαταστήστε με γράμματα:

$$1. (\alpha - \beta) - (\gamma + \alpha - \beta) + (-\alpha + \gamma - \beta) = \quad \alpha \nu \quad \alpha = -3, \beta = 5. \quad \text{Απ: } -2$$

$$2. \alpha - (\gamma + \beta) - (\alpha - \gamma) + \beta - (\alpha + \beta) = \quad \alpha \nu \quad \alpha = -1, \beta = -2 \quad \text{Απ: } 3$$

$$3. -(\alpha - \beta + \gamma) + (\beta - \gamma) - (\gamma - \alpha) = \quad \alpha \nu \quad \beta = 3, \gamma = 2 \quad \text{Απ: } 0$$

