**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΕΠ2- 1920**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Να αποδείξετε ότι  (7 μονάδες)  
**Α2.** Πότε μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα [α, β] ; (3 μονάδες)  
**Α3.** Μια συνάρτηση συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, είναι οπωσδήποτε και παραγωγίσιμη σε αυτό; (1 μονάδα). Να δικαιολογήσετε τον ισχυρισμό σας. (3 μονάδες)  
**Α4.** Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστό» ή «Λάθος» τους παρακάτω ισχυρισμούς:  
α. Μια συνεχής συνάρτηση σε κλειστό διάστημα [α, β] παίρνει πάντοτε μέγιστη και ελάχιστη τιμή.  
β. Μια συνάρτηση ορισμένη και συνεχής στο [α, β] για την οποία ισχύει ότι f(a)f(β)>0 δεν τέμνει τον χχ΄ για καμία τιμή του x στο [a, β].   
γ. Αν xo πραγματικός αριθμός, τότε ισχύει :   
δ. Ισχύει ότι:   
ε. Αν ισχύει ότι 

**ΘΕΜΑ Β**Στην γραφική παράσταση της ευθείας με εξίσωση θεωρούμε τα σταθερά σημεία Α(2,3) και Γ(0,3), το σημείο τομής Β της ευθείας με τον άξονα χχ΄ καθώς και ένα σημείο Μ(x, y) . Το σημείο Μ μπορεί να κινείται πάνω στα ευθύγραμμα τμήματα ΓΑ και ΑΒ , ξεκινώντας από το Γ. Δίνεται ακόμα ότι η προβολή Κ του Μ στον οριζόντιο άξονα , κινείται με ταχύτητα 2 μ/s.   
  
**Β1.** Να δείξετε ότι το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας δίνεται από τη συνάρτηση:  
   
**(7 μονάδες)**  
**B2.** Να ελέγξετε τη συνάρτηση f ως προς τη συνέχεια και την παραγωγισιμότητά στο διάστημα [0, 5] **(5 μονάδες)**  
**Β3.** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας τη χρονική στιγμή που το σημείο Μ περνάει από το Α. **(6 μονάδες)**  
**Β4.** Καθώς το Μ κινείται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, η γωνία ΜΟΒ μεταβάλλεται. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της γωνίας ΜΟΒ την χρονική στιγμή που το σημείο Μ έχει τεταγμένη 1. **(7 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι συναρτήσεις   
**Γ1.** Να δείξετε ότι δεν τέμνονται **(2 μονάδες)** και να βρείτε την εφαπτόμενη της Cf που είναι παράλληλη με την ευθεία y=x+1. **(2 μονάδες)**. Πόσες τέτοιες εφαπτόμενες (παράλληλες με την y=x+1) υπάρχουν για την g(x); Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας και να βρείτε τον τύπο μιας από αυτές η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων. **(6 μονάδες)**   
**Γ2.** Να δείξετε ότι υπάρχει σημείο , ώστε η εφαπτόμενη της Cg σε αυτό να εφάπτεται και στην γραφική παράσταση της συνάρτησης f σε κάποιο σημείο της xo . **(15 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται οι συναρτήσεις με τύπους:   
**Δ1.** Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f . **(10 μονάδες)**  
**Δ2.** Να δείξετε ότι η g είναι παραγωγίσιμη στο R και να βρείτε την παράγωγό της. **(7 μονάδες)**  
**Δ3.** Να βρείτε σημείο της γραφικής παράστασης της g ώστε η εφαπτομένη σε αυτό να σχηματίζει γωνία ω=45ο με τον άξονα χχ΄. **(8 μονάδες)**