**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

**ΑΛΓΕΒΡΑ**

**1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**1.** α. Τι γνωρίζετε για την Ευκλείδεια διαίρεση; Πότε λέγεται τέλεια;   
 β. Αν σε μια διαίρεση είναι Δ=δ, πόσο είναι το πηλίκο και πόσο το υπόλοιπο; Τι θα συμβεί αν ο Δ=0;  
 γ. Ποια από τις δύο παρακάτω ισότητες μπορεί να χαρακτηρισθεί ευκλείδεια διαίρεση και γιατί;  (Σελ. 25)

**2.** α. Να αναφέρετε τα κριτήρια διαιρετότητας με τους αριθμούς 2, 3, 4, 5 και 9.

β. Με ποιους από τους παραπάνω διαιρείται ο αριθμός 510204;  
 γ. Να βρείτε έναν τριψήφιο θετικό ακέραιο που να διαιρείται με τους αριθμούς 2, 3 και 5 αλλά όχι με το 4 και το 9. (Σελ. 28)

**3.** α. Ποιος αριθμός λέγεται πρώτος και ποιος σύνθετος;

β. Το τετραπλάσιο ενός πρώτου αριθμού είναι πρώτος ή σύνθετος και γιατί;   
 γ. Ποιοι αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους; (Σελ. 27)

**4.** α. Τι είναι το Ε.Κ.Π και τι ο Μ.Κ.Δ δύο ή περισσότερων αριθμών;

β. Να αναλύσετε τους αριθμούς 36, 120 και 75 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

β. Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών: 36, 120, 75. (Σελ. 27)

**5.** **Α.** Πώς ελέγχουμε αν ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3; Ποιος είναι ο αντίστοιχος έλεγχος για το 4 και ποιος για το 5;   
**Β.** Πότε ένας αριθμός λέγεται πρώτος; Πότε δύο αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους;   
**Γ.** Δίνονται οι αριθμοί: . Αφού γράψετε ποιος από αυτούς είναι πρώτος, να εντοπίσετε μεταξύ των τεσσάρων υπόλοιπων αριθμών ποιοι είναι πρώτοι μεταξύ τους.

**6.** **Α.** Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι; Να βρείτε όλους τους πρώτους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι από 30 και μικρότεροι από 40.

**Β.** Πώς κρίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 4, το 5 ή το 9; Να γράψετε τα αντίστοιχα κριτήρια.   
**Γ.** Να συμπληρώσετε το τελευταίο ψηφίο του αριθμού: , ώστε ο τετραψήφιος που προκύπτει να διαιρείται με τους 2, 3, 4 και 9.

**2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**1.** α. Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Να γράψετε 3 κλάσματα ισοδύναμα με το .  
 β. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ετερώνυμα και πότε ομώνυμα;

γ. Να βρείτε ένα κλάσμα το οποίο να είναι ταυτόχρονα μεγαλύτερο από το  και μικρότερο από το   
 δ. Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο; (Σελ 38)

**2.** α. Πως γίνεται ο πολ/σμός και πώς η διαίρεση δύο κλασμάτων; Να χρησιμοποιήσετε δικά σας παραδείγματα.  
 β. Πως μετατρέπουμε ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό; Να δώσετε δικό σας παράδειγμα. (Σελ. 50)

**4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**1.** α. Τι είναι εξίσωση με έναν άγνωστο; Πότε ένας αριθμός ονομάζεται ρίζα της εξίσωσης;  
 β. Πότε λέμε ότι μια εξίσωση είναι αδύνατη; Πότε είναι ταυτότητα; (Σελ 73)

**5ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

Πρέπει να γνωρίζετε να μετατρέπετε ένα ποσοστό σε κλάσμα και αντίστροφα. Πρέπει ακόμα να μπορείτε να λύνετε προβλήματα ποσοστών και όχι μόνο τα απλά.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο**

**1.** α. Πότε δύο αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;  
 β. Ποιοι είναι οι ακέραιοι αριθμοί;  
 γ. Ποιοι είναι οι ρητοί αριθμοί; (Σελ. 115)

**2.** α. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α;   
 β. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;  
 γ. Ποιων αριθμών η απόλυτη τιμή ισούται με 7; (Σελ. 118)

**3.** α. Να γράψετε τους κανόνες της πρόσθεσης δύο ρητών αριθμών.

β. Να γράψετε τις ιδιότητες της πρόσθεσης ρητών αριθμών (Με σύμβολα και τα ονόματα ιδιοτήτων) (Σελ. 122,123).

**4.** α. Να γράψετε τους κανόνες του πολ/σμού (διαίρεσης) δύο ρητών αριθμών.  
 β. Να γράψετε τις ιδιότητες του πολ/μού δύο ρητών αριθμών. (Σελ. 130)  
 γ. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίστροφοι; Ποιος αριθμός δεν έχει αντίστροφο; Ποιοι αριθμοί είναι ίσοι με τον αντίστροφό τους; (Σελ. 130)

**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

**1Ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**1.** α. Ποια διαφορά υπάρχει ανάμεσα σε ευθεία και ευθύγραμμο τμήμα;  
 β. Να σχεδιάσετε δύο αντικείμενες ημιευθείες και να τις ονομάσετε.  
 γ. Πάνω σε μια ευθεία (ε) , σημειώστε τρία σημεία Α , Β και Γ. Ονομάστε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που σχηματίζονται από αυτά και όλες τις ημιευθείες που ορίζονται πάνω στην ευθεία (ε). (Σελ. 149)

**2.** α. Ποιες γωνίες ονομάζουμε οξείες και ποιες αμβλείες;  
 β. Τι είναι η πλήρης γωνία και ποια γωνία ονομάζουμε μη κυρτή;  
 γ. Κατασκευάστε μια γωνία 110ο και την διχοτόμο της με όποιο τρόπο θέλετε. (Σελ.167,170)

**3.** α. Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής και ποιες διαδοχικές; Κατασκευάστε κατάλληλα σχήματα.  
 β. Ποιες γωνίες λέγονται παραπληρωματικές και ποιες κατακορυφήν;  
 γ. Κατασκευάστε δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες καθώς και τις διχοτόμους τους. Τι γωνία σχηματίζουν; (Σελ. 176)

**4.** α. Δύο διαφορετικές ευθείες που ανήκουν στο ίδιο επίπεδο, πόσα κοινά σημεία μπορεί να έχουν; Πώς ονομάζονται σε κάθε περίπτωση;  
 β. Δύο ευθύγραμμα τμήματα που ανήκουν σε δύο παράλληλες ευθείες, τι σχέση έχουν μεταξύ τους;   
 γ. Από ένα σημείο που δεν ανήκει σε μια ευθεία (ε), πόσες παράλληλες προς την ευθεία (ε) μπορούμε να φέρουμε; Να φτιάξετε σχήμα. (Σελ.180, 181)

**5.** α. Τι ονομάζουμε απόσταση δύο παράλληλων ευθειών;   
 β. Από ένα σημείο Α το οποίο απέχει 3cm από μια ευθεία (ε), να κατασκευάσετε μια παράλληλη προς την ευθεία (ε).  
 γ. Να κατασκευάσετε δύο ευθείες παράλληλες προς την ευθεία (ε) , έτσι ώστε η (ε) να απέχει 4 cm από κάθε μία από αυτές. (Σελ. 184,185)

**6.** α. Κατασκευάστε ένα κύκλο (Κ, 3cm). Σχεδιάστε μια διάμετρό του ΑΒ και μια χορδή ΓΔ με μήκος 4cm.  
 β. Ένα σημείο Ε που απέχει 2 cm από το Κ, ανήκει στον κυκλικό δίσκο (Κ, 3cm);   
 γ. Πάρτε ένα σημείο Ζ που να απέχει 3cm από το Κ και σχηματίστε τη γωνία ΑΖΒ. Μετρήστε τη γωνία ΑΖΒ και σημειώστε πόσες μοίρες τη βρήκατε. (Σελ 188).

**7.** α. Κατασκευάστε ένα κύκλο (Κ, 3cm). Στη συνέχεια φτιάξτε μια ακτίνα ΚΑ και χαράξτε την ευθεία που είναι κάθετη στην ακτίνα ΚΑ στο άκρο της Α. Πώς ονομάζεται η ευθεία που φέρατε;  
 β. Πάρτε ένα σημείο Β πάνω στο τμήμα ΚΑ ώστε το ΚΒ=2cm. Χαράξτε την κάθετη ευθεία στο τμήμα ΚΑ στο σημείο του Β. Πώς λέγεται η ευθεία και πόσα κοινά σημεία έχει με τον κύκλο;  
 γ. Στο αντιδιαμετρικό σημείο του Α χαράξτε την εφαπτόμενη ευθεία. Τι σχέση έχει αυτή με τις δύο προηγούμενες κάθετες ευθείες που κατασκευάσατε; (Σελ. 193).

**2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**1.** α. Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος; Τι ιδιότητα έχει κάθε σημείο της μεσοκαθέτου;  
 β. Κατασκευάστε ένα κύκλο (Κ, 4cm) και μια χορδή του ΑΒ. Εξηγήστε γιατί το κέντρο του κύκλου ανήκει στη μεσοκάθετο της χορδής.   
 γ. Αν σε ένα ισοσκελές τρίγωνο φέρουμε το ύψος από την κορυφή των ίσων πλευρών, θα περάσει από το μέσο της βάσης; Δικαιολογήστε τον ισχυρισμό σας. (Σελ 206-208)

**2.** α. Κατασκευάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 5cm.  
 β. Κατασκευάστε ένα τρίγωνο με πλευρές 4 cm, 3 cm και 6cm.  
 γ. Κατασκευάστε ένα τρίγωνο με ΑΒ=6 cm, ΑΓ=5 cm και γωνία ΒΑΓ=70ο .

**3.** Κατασκευάστε δύο παράλληλες ευθείες (ε1) και (ε2) και μια τρίτη ευθεία (ε) που να τέμνει τις δύο προηγούμενες. Ονομάστε α, β, γ ,δ τις γωνίες που σχηματίζονται από τις (ε1) και (ε) και χ, ψ, ω, φ τις γωνίες που σχηματίζονται από τις (ε2) και (ε).  
 α. Γράψτε όλα τα ζεύγη των εντός εναλλάξ γωνιών που σχηματίστηκαν καθώς και τη μεταξύ τους σχέση.

β. Γράψτε όλα τα ζεύγη των εντός και επί τα αυτά μέρη γωνιών που σχηματίστηκαν καθώς και τη μεταξύ τους σχέση.  
 γ. Γράψτε δύο ζευγάρια εντός, εκτός και επί τα αυτά γωνιών που σχηματίστηκαν καθώς και τη μεταξύ τους σχέση. (Σελ 215)

**3ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**1.** α. Τι ονομάζουμε διάμεσο, τι ύψος και τι διχοτόμο μιας γωνίας ενός τριγώνου;  
 β. Σε ένα σκαληνό και οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, κατασκευάστε τη διάμεσό του ΑΔ, το ύψος του ΒΕ και τη διχοτόμο του ΓΖ. (Σελ 219)

**2.** α. Να κατασκευάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), να φέρετε το ύψος του ΑΔ και να γράψετε όλες τις ιδιότητες που γνωρίζετε για αυτό.  
β. Να κάνετε το ίδιο για ένα ισόπλευρο τρίγωνο.  
γ. Πόσες τουλάχιστον οξείες γωνίες έχει ένα τρίγωνο; Πόσες αμβλείες γωνίες μπορεί να έχει ένα τρίγωνο; (Σελ. 221)

**3.** α. Τι ονομάζουμε παραλληλόγραμμο; Να κατασκευάσετε ένα παραλληλόγραμμο με γωνία Α=60ο και πλευρές ΑΒ=5cm και ΑΔ=3cm.  
β. Ποιες ιδιότητες έχει το παραλληλόγραμμο; Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο , ποιες επιπλέον ιδιότητες έχει σε σχέση με το απλό παρ/μο;  
γ. Τι είναι ρόμβος; Να κατασκευάσετε ρόμβο με διαγώνιες ίσες με 8cm και 6cm. (Σελ. 226, 229)

**4.** α. Ποιο τετράπλευρο ονομάζεται τετράγωνο; Ποιες ιδιότητες έχει;  
β. Ποιες επιπλέον ιδιότητες έχει ένα τετράγωνο σε σχέση με ένα ρόμβο;  
γ. Ποιο τετράπλευρο ονομάζεται τραπέζιο; Πότε χαρακτηρίζεται ισοσκελές; (Σελ. 226, 230)

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**1.** Να αναλύσετε σε γινόμενα πρώτων παραγόντων τους αριθμούς: 120, 230, 160, 136, 224, 155. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της ανάλυσης που κάνατε, να βρείτε το ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών (120, 160, 136).

**2.** Συμπληρώστε τα ψηφία που λείπουν ώστε οι αριθμοί που προκύπτουν να διαιρούνται με ότι σας ζητείται κάθε φορά:

 με το 2, το 3 και το 4.

 με το 2 το 3 και το 5.

Βρείτε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς που ικανοποιούν τις παραπάνω συνθήκες.

**3.** Ένα αυτοκίνητο κόστιζε 12.000 €. Γίνεται μια αύξηση της τιμής του κατά 10% και λίγο καιρό μετά μια δεύτερη αύξηση της τιμής του κατά 5%. Να βρείτε:

1. Την τιμή του μετά την πρώτη αύξηση.
2. Την τιμή του μετά τη δεύτερη αύξηση.
3. Σε τι ποσοστό της αρχικής αξίας του αυτοκινήτου ανέρχεται η συνολική αύξηση.

**4.** Μια τηλεόραση έχει αρχική αξία 800 €. Στην τιμή αυτή προστίθεται ΦΠΑ 24%. Στο ποσό που διαμορφώθηκε, μας κάνουν έκπτωση 5%. Να βρείτε:

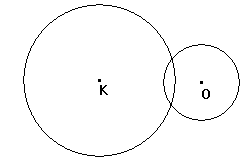
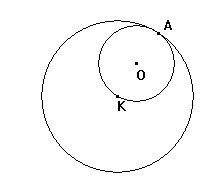
1. Την τιμή με το ΦΠΑ.
2. Το ποσό της έκπτωσης.
3. Την τελική τιμή, καθώς και το ποσοστό μεταβολής επί της αρχικής αξίας.

**5.** Ένας υπολογιστής κοστίζει μαζί με το ΦΠΑ 24% , 992 €. Α) Να βρείτε πόσο κόστιζε πριν προστεθεί ο ΦΠΑ. B) Αν στην τιμή μας κάνουν έκπτωση 10%, να βρείτε πόσο θα πληρώσουμε μαζί με το Φ.Π.Α. .

**6.** Σε ένα μισθό 1200€ γίνεται μείωση κατά 15% και στη συνέχεια κρατήσεις 10% στο νέο μισθό.  
α. Πόσος είναι ο μισθός μετά τη μείωση και πόσα ευρώ είναι οι κρατήσεις;  
β. Ποιος είναι ο τελικός μισθός μετά τις κρατήσεις και σε τι ποσοστό συνολικά ανέρχονται οι μειώσεις και κρατήσεις σε σχέση με τον αρχικό μισθό;   
γ. Ποιος πρέπει να είναι ο αρχικός μισθός ώστε το τελικό ποσό που παίρνει ο εργαζόμενος να είναι 1100€;

**7.** Να σχεδιάσετε τα ύψη σε ένα οξυγώνιο , ένα αμβλυγώνιο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο.

**8.** Να σχεδιάσετε (με τη χρήση κανόνα και διαβήτη) τις διχοτόμους των γωνιών σε ένα οξυγώνιο , ένα αμβλυγώνιο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο.

**9.** Οι κύκλοι του παρακάτω σχήματος έχουν ακτίνες 2cm και 1cm. Να γραμμοσκιάσετε το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν : α) Λιγότερο από 2cm από το Κ και περισσότερο από 1cm από το Ο. β) Λιγότερο από 2cm από το Κ και λιγότερο από 1cm από το Ο. γ) Υπάρχουν σημεία που να απέχουν ακριβώς 2cm από το Κ και 1cm από το Ο;

Απαντήστε τα ερωτήματα, για κάθε ένα από τα παρακάτω σχήματα.

**10.** Να γράψετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ με μήκος 4cm. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε ένα κύκλο με κέντρο Κ και διάμετρο ΑΒ. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε δύο κύκλους:

(Α , 2cm) και (Β,2cm). Ονομάστε Π, Λ, Μ και Ρ τα σημεία τομής των κύκλων και κατασκευάστε με τη βοήθειά τους τις μεσοκαθέτους των τμημάτων ΚΑ και ΚΒ. Μπορείτε να δικαιολογήσετε την επιλογή σας;

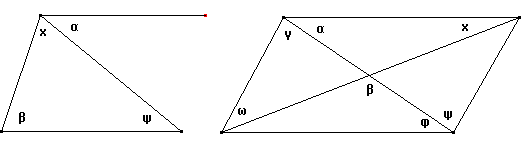
**11.** Να σχεδιάσετε δύο παράλληλες ευθείες οι οποίες να απέχουν μεταξύ τους 3cm. Να πάρετε ένα τυχαίο σημείο Α πάνω στη μία από αυτές και να βρείτε σημεία που να ανήκουν στην άλλη παράλληλη και να απέχουν 3,5 και 4 cm αντίστοιχα από το Α.

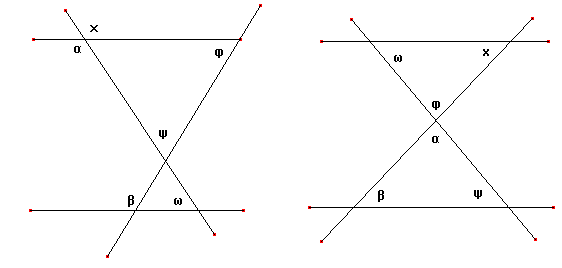
**12.** Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές ΑΒ=5cm, ΑΓ=5cm και ΒΓ=7cm. Τι είδους τρίγωνο είναι αυτό ως προς τις πλευρές και τι είδους ως προς τις γωνίες του; Να κατασκευάσετε το ύψος ΑΔ και να δικαιολογήσετε ότι είναι και διάμεσος του τριγώνου.

**13.** Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές ΑΒ=3cm, ΑΓ=4cm και ΒΓ=5cm. Πόσο περίπου είναι η γωνία Α του τριγώνου; Στη συνέχεια, να φέρετε μια ευθεία τέτοια ώστε κάθε σημείο της να ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ. Πώς λέγεται η ευθεία που κατασκευάσατε; Η ευθεία που φέρατε θα περάσει από την κορυφή Α ;

**14.** Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές ΑΒ=3cm, ΑΓ=4cm και ΒΓ=6cm. Να φέρετε τις μεσοκαθέτους των πλευρών ΑΒ και ΑΓ. Να ονομάσετε Μ το σημείο τομής τους. Στη συνέχεια να γράψετε ένα κύκλο με κέντρο το σημείο Μ και ακτίνα όσο το μήκος ΜΑ. Ο κύκλος αυτός, περνά από τα σημεία Β και Γ ; Μπορείτε να δικαιολογήσετε την παρατήρησή σας;

**15.** Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές ΑΒ=4cm, ΑΓ=4cm και γωνία Α=30ο (χρησιμοποιείστε μοιρογνωμόνιο για τη γωνία). Να βρείτε (χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου) τις γωνίες Β και Γ του τριγώνου.

**16.**Να υπολογίσετε τις γωνίες που ονοματίζονται στα παρακάτω σχήματα, δικαιολογώντας τους υπολογισμούς σας:  
α=40ο , β=65ο α=45ο , β=110ο , γ=60ο .



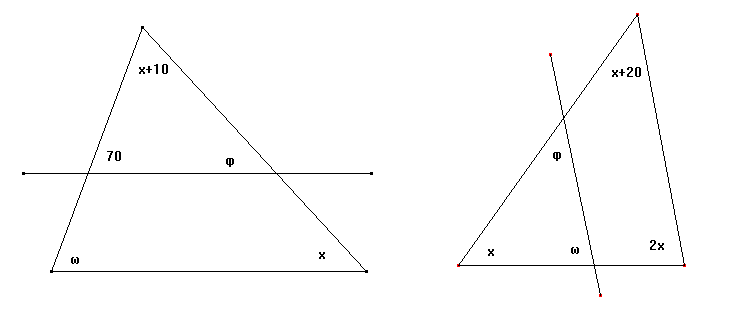
Είναι: α=130ο , β=120ο . (αριστερό σχήμα) και α=80ο , β=45ο στο δεξιό σχήμα.

**17.** Σε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, η γωνία Α του παρ/μου έχει άνοιγμα 70ο . Να υπολογίσετε τις υπόλοιπες γωνίες του παρ/μου, καθώς και την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι διαγώνιές του, αν γνωρίζετε ότι η αμβλεία γωνία των διαγωνίων του ισούται με 120ο .

**18.** Σε ένα τρίγωνο, η μία γωνία του ισούται με τα ¾ μιας ευθείας γωνίας, ενώ η μία οξεία γωνία του είναι διπλάσια της άλλης. Να βρείτε το είδος του τριγώνου και το άνοιγμα σε μοίρες κάθε γωνίας του.

**19.** Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, η μία οξεία γωνία του ισούται με τα 4/5 της άλλης οξείας γωνίας του. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

**20.** Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ , η γωνία Α είναι 20ο μεγαλύτερη της γωνίας Γ, ενώ η γωνία Β είναι τριπλάσια της γωνίας Γ. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.



**21.** Να βρείτε τις σημειωμένες άγνωστες γωνίες των παρακάτω σχημάτων:

**22.** Να βρείτε το αποτέλεσμα των παρακάτω πράξεων:



**23.** Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων, για τις τιμές των α και β που δίνονται κάθε φορά:



**24.** Να βγάλετε τις αγκύλες και τις παρενθέσεις και στη συνέχεια να βρείτε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων, για τις τιμές των μεταβλητών που δίνονται κάθε φορά:



**25.** α. Βρείτε την τιμή των παραστάσεων, για τις τιμές των μεταβλητών που δίνονται σε κάθε περίπτωση:

  
β. Βρείτε την τιμή της παράστασης: 

**26.** α. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:  


β. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:



**27.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:



**28.** Αν είναι ,   
A. Να αποδείξετε ότι x=2  
B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: 

**29.** **Α.** Αν ονομάσουμε Κ την παράσταση:  , να αποδείξετε ότι K=0.  
**Β.** Αν ονομάσουμε Μ την παράσταση: , να αποδείξετε ότι M=-16.  
**Γ.** Να χρησιμοποιήσετε ιδιότητες δυνάμεων για να απλοποιήσετε την παράσταση : , και στη συνέχεια να βρείτε την τιμή της αν .

**30.** Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται οι γωνίες α=130ο και β=70ο . Οι ευθείες ε1 και ε2 είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε τις γωνίες x, ψ, ω, φ, θ με όποια σειρά θέλετε , χωρίς να χρησιμοποιήσετε μοιρογνωμόνιο και δικαιολογώντας τους ισχυρισμούς σας.

****

**31.** Στην τιμή ενός προϊόντος έγιναν δύο διαδοχικές εκπτώσεις κατά 10% και κατά 15%. Η τελική τιμή του προϊόντος είναι 612€.  
Α. Να βρείτε ποια ήταν η τιμή του πριν τις εκπτώσεις.  
Β. Να βρείτε πόσο ήταν το συνολικό ποσοστό της έκπτωσης επί της αρχικής τιμής.  
Γ. Σε τι ποσοστό πρέπει να αυξηθεί η τιμή των 612€ ώστε να φτάσει η νέα τελική του τιμή στα 700€; (Να βρείτε τα ποσοστά που ζητούνται με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων)

**32.** Δίνονται οι παραστάσεις   
A. Να αποδείξετε ότι .  
B. Να βρείτε την τιμή της παράστασης: 

**33.** Τρεις φίλοι , μοιράζονται ένα ποσό 1200 € ως εξής: Ο Χάρης πήρε τα διπλάσια από τον Πάρη, ενώ ο Τάσος πήρε 100€ λιγότερα από τον Πάρη. Αν συμβολίσετε με x τα χρήματα που πήρε ο Πάρης, τότε:  
α. Να εκφράσετε με τη βοήθεια του x τα ποσά που θα πάρει ο Χάρης και ο Τάσος.  
β. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε ο καθένας τους.

**34.** Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, η μία γωνία του είναι 20ο μικρότερη από μια άλλη. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου, εξετάζοντας όλες τις δυνατές περιπτώσεις. Ονομάστε Α την ορθή γωνία.

**35.** Η γωνία Α ενός τριγώνου είναι 15ο μεγαλύτερη της γωνίας Β, ενώ η γωνία Γ είναι 18ο μεγαλύτερη της γωνίας Β. Ονομάζουμε x την τιμή σε μοίρες της γωνίας Β.  
α. Να εκφράσετε τις γωνίες Α και Γ με τη βοήθεια του x.  
β. Να βρείτε τις γωνίες Α, Β και Γ.  
γ. Ποιες θα ήταν οι τιμές των γωνιών, αν η Γ ήταν 18ο μικρότερη της γωνίας Β;

**36.** a. Να κατασκευάσετε ένα παραλληλόγραμμο για το οποίο γνωρίζουμε ότι οι αποστάσεις των πλευρών ΑΒ και ΓΔ είναι 3cm, η πλευρά ΑΔ=5cm και ΑΒ=8cm.

β. Να ονομάσετε Κ, Λ, Μ και Ρ τα μέσα των τεσσάρων πλευρών του παραλληλογράμμου που κατασκευάσατε. Να μετρήσετε τα μήκη των τμημάτων ΚΛ, ΛΜ, ΜΡ και ΡΚ. Τι είδους τετράπλευρο είναι το ΚΛΜΡ ;

**37.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ, η γωνία Α είναι 25ο μεγαλύτερη της Β ενώ η Γ είναι 10ο μεγαλύτερη της γωνίας Α.   
α. Αν ονομάσουμε x την γωνία Β, να εκφράσετε τις γωνίες Α και Γ με τη βοήθεια του x.  
β. Να βρείτε την τιμή των γωνιών Α, Β και Γ.  
γ. Αν η πλευρά ΑΒ είναι 8cm, να κατασκευάσετε το παραπάνω τρίγωνο.

**38.** Δίνονται οι παραστάσεις   
A. Να αποδείξετε ότι .  
B. Να βρείτε την τιμή της παράστασης: 

**39.** Να βρείτε το αποτέλεσμα στις παρακάτω παραστάσεις:



