ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΥΚΛΕΙΔΗ 2019 ΓΙΑ Β΄ και Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

**Θέμα 1ο**

**Θέμα 2ο**(α) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με Β=Γ και Γ=2Α συνεπώς: Α+Β+Γ=180ο άρα
5 Α=180ο συνεπώς Α=36ο , Β=72ο , Γ=72ο . Το τρίγωνο ΑΕΒ είναι ισοσκελές γιατί ΑΒ=ΑΓ=ΑΕ (πλευρές τετραγώνου) συνεπώς οι γωνίες ΑΒΕ και ΑΕΒ είναι ίσες και έχουν άθροισμα ίσο με 180ο –ΒΑΕ=180ο –(90ο +36ο )=54ο . Συνεπώς η γωνία ΑΕΒ=27ο .
(β) Οι διαγώνιες του τετραγώνου είναι και διχοτόμοι των γωνιών του, συνεπώς και με τη βοήθεια του (α) έχουμε: ΒΑΔ=ΒΑΓ+ΓΑΔ=36ο +45ο =81ο , ενώ ΒΕΓ=45ο -27ο =18ο

**Θέμα 3ο**Οι 182 κολώνες που έχουν τοποθετηθεί περιμετρικά, αφήνουν 182 «τετράμετρα κενά» μεταξύ τους, συνεπώς η περίμετρος του ορθογωνίου ισούται με 182 επί 4 = 728 μέτρα. Έστω χ οι κολώνες στη μικρή πλευρά, οπότε 2χ είναι το πλήθος στη μεγάλη. Οι χ κολώνες, έχουν (χ-1) «τετράμετρα κενά» μεταξύ τους, ενώ οι 2χ κολώνες της μεγάλης πλευράς, έχουν (2χ-1) «τετράμετρα κενά» μεταξύ τους. Συνολικά το μήκος των δύο πλευρών, είναι το μισό της περιμέτρου , άρα ισχύει η σχέση : 

Έτσι, η μικρή πλευρά έχει 31 κολώνες δηλαδή 30 κενά , συνεπώς έχει μήκος 120μ. , ενώ η μεγάλη πλευρά έχει 62 κολώνες, δηλαδή 61 κενά, άρα 244 μέτρα.

**Θέμα 4ο**(α) Ο αριθμός 12600 αναλυμένος σε γινόμενο πρώτων παραγόντων γράφεται: Ο ζητούμενος ακέραιος πρέπει – προφανώς – να έχει το μικρότερο δυνατό πλήθος ψηφίων. Μας τα «χαλάει» το 52 μόνο, το οποίο θα σπάσει αναγκαστικά σε γινόμενο, ενώ τα υπόλοιπα ψηφία του αριθμού είναι τα 8, 9, 7. Έτσι λοιπόν ο ακέραιος που ζητείται από το πρόβλημα, είναι ο 55789.
(β) Θα πρέπει ο παραπάνω αριθμός να γίνει εξαψήφιος, αλλά να είναι ο μικρότερος δυνατός, οπότε ως πρώτο ψηφίο απλά εισάγουμε τον αριθμό «1» δηλαδή ο ζητούμενος είναι ο 155789.

Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο


ΘΕΜΑ 2ο
(α) Ο αριθμός 63000 με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων γράφεται και επειδή πρέπει να έχει το μικρότερο δυνατό πλήθος ψηφίων, τα ψηφία του είναι οι αριθμοί 8,9,7 και τα 3 πεντάρια , συνεπώς ο μικρότερος δυνατός αριθμός είναι ο 555789.
(β) Απλώς βάζουμε πρώτο ψηφίο τη μονάδα στον προηγούμενο: 1555789
(γ) Όχι, γιατί όποιον και να γράψουμε, μπορούμε να τον «μεγαλώνουμε» προσθέτοντας «μονάδα» σε οποιαδήποτε θέση: Δεν αλλάζει το γινόμενο, μεγαλώνει ο αριθμός.

ΘΕΜΑ 3ο
(α) Οι γωνίες ΓΑΔ και ΓΒΔ είναι 45ο κάθε μια , γιατί είναι εγγεγραμμένες οι οποίες βαίνουν στο τόξο ΓΔ που έχει μέτρο 90ο .
(β) Το τρίγωνο ΖΒΔ είναι ορθογώνιο στο Δ και ισοσκελές (αφού ΓΒΔ=45ο ) , συνεπώς οι πλευρές ΔΒ και ΖΔ είναι ίσες. Για αντίστοιχο λόγο, το ΔΑΕ τρίγωνο είναι ισοσκελές , συνεπώς ΑΔ=ΔΕ. Το τρίγωνο ΕΔΖ είναι ορθογώνιο (αφού ΑΔΒ=90ο ως εγγεγραμμένη που βαίνει σε ημικύκλιο) άρα ισχύει για αυτό τα Πυθαγόρειο θεώρημα, δηλαδή ΕΖ2 =ΕΔ2 +ΖΔ2=ΑΔ2+ΔΒ2=ΑΒ2 (από Π.Θ στο τρίγωνο ΑΔΒ) και επομένως ΕΖ=ΑΒ=2R.

ΘΕΜΑ 4ο
Με πολλές δοκιμές ή απαγωγή σε άτοπο ή συστήματα (!!!), αλλά αρκετά σύνθετα για την μαθηματική ηλικία των παιδιών, προκύπτει ότι οι πέντε κάρτες μπορούν να έχουν τους αριθμούς 5,5,5,5,5 ή 5,5,5,5,3.