**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟΥΣ ΜΙΓΑΔΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ**

ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε μιγαδικούς z και w ισχύει η σχέση:   
   
**Α2.** Να γράψετε τον ορισμό του συνόλου των μιγαδικών αριθμών.  
**Α3.** Να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος δύο μιγαδικών.  
**Α4.** Χαρακτηρίστε ως «Σωστό» ή «Λάθος» τις παρακάτω προτάσεις:

α) Οι εικόνες των μιγαδικών είναι πάντα κορυφές ορθογωνίου παραλληλογράμμου , με κέντρο το (0,0).  
β) Οι μιγαδικοί που οι εικόνες τους είναι ομοκυκλικά σημεία έχουν το ίδιο μέτρο.  
γ) Αν ο μιγαδικός   
δ) Κάθε μιγαδικός z, μπορεί να γραφτεί ως: 

ΘΕΜΑ Β

Έστω οι μιγαδικοί αριθμοί z και w , για τους οποίους ισχύουν οι σχέσεις:  


**Β1.** Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των μιγαδικών z.  
**Β2.** Να αποδείξετε ότι:   
**Β3.** Να αποδείξετε ότι ο w είναι πραγματικός αριθμός και ότι:   
**Β4.** Να αποδείξετε ότι : 

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση  και ονομάζουμε z0, z1, z2 τις ρίζες της, όπου  και . Θεωρούμε και τους μιγαδικούς w για τους οποίους ισχύει η σχέση:   
**Γ1.** Α) Να βρείτε τις ρίζες z0, z1, z2 της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι   
 Β) Να υπολογίσετε το άθροισμα:   
**Γ2.** Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών w.   
**Γ3.** Αν ο μιγαδικός u ανήκει στο μοναδιαίο κύκλο, να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του .

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί z και w για τους οποίους ισχύουν οι σχέσεις:   
 και   
**Δ1.** Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών z και w.  
**Δ2.** Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών .  
**Δ3.** Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του .  
**Δ4.** Να δείξετε ότι υπάρχουν ακριβώς δύο μιγαδικοί v1 και v2 που ανήκουν ταυτόχρονα στο γεωμετρικό τόπο των μιγαδικών w και το γεωμετρικό τόπο των μιγαδικών του ερωτήματος Δ2 και στη συνέχεια να δείξετε ότι: 

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Α1 | Α2 | Α3 | Α4 | Β1 | Β2 | Β3 | Β4 | Γ1 | Γ2 | Γ3 | Γ4 | Δ1 | Δ2 | Δ3 | Δ4 |
| 9 | 4 | 4 | 8 | 7 | 6 | 7 | 5 | 12 | 7 | 6 | 6 | 7 | 5 | 5 | 8 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |