ΤΕΣΤ ΣΕ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ (1)

Α. Αν για τα μη συνευθειακά σημεία Τ, Λ, Μ, Ρ ισχύει η σχέση : $\overrightarrow{K\Lambda}+\overrightarrow{KM}=\overrightarrow{KP}+\overrightarrow{KT}$, να αποδείξετε ότι το ΡΛΤΜ είναι παραλληλόγραμμο. (10 μονάδες)

Β1. Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\vec{u}=4\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{M\Gamma}$ είναι ανεξάρτητο του σημείου Μ. (10 μονάδες)
Β2. Αν επιπλέον ισχύει ότι: $\vec{u}=\vec{0}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά και να βρείτε τη σχετική τους θέση (να κάνετε ένα σχήμα που να δείχνει ποιο σημείο βρίσκεται ανάμεσα στα άλλα δύο και – περίπου – τη σχέση του μήκους των αντίστοιχων διανυσμάτων. (10 μονάδες)

Γ. Δίνεται τρίγωνο ΟΑΒ και σημείο Μ στην πλευρά ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΜ=3ΜΒ. Αν $\vec{\alpha}=\overrightarrow{OA},\vec{\beta}=\overrightarrow{OB}$ να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{OM}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$. (10 μονάδες)

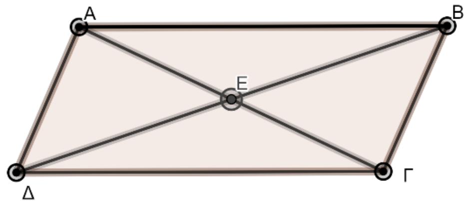
Δ. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ τέτοιες ώστε ΓΔ=3ΑΒ. Ονομάζω $\vec{\alpha}=\overrightarrow{AB}$,$\vec{\beta}=\overrightarrow{B\Gamma}$.
Δ1. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{A\Delta}$ $\kappa\alpha\iota$ $\overrightarrow{B\Delta}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$. (15 μονάδες)
Δ2. Αν ονομάσουμε Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του τραπεζίου και θεωρήσουμε τους πραγματικούς αριθμούς χ, y τέτοιους ώστε : $\overrightarrow{AK}=x\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$ $\kappa\alpha\iota$ $\overrightarrow{BK}=y\cdot\overrightarrow{B\Delta}$, να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha}=x\cdot\overrightarrow{A\Gamma}-y\cdot\overrightarrow{B\Delta}$
και στη συνέχεια να υπολογίσετε τις τιμές των x και y. (5 + 20 μονάδες)

Ε. Συμπληρώστε κατάλληλα ώστε να ισχύουν οι ισότητες, αν γνωρίζετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

$\alpha.\ \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{\Gamma\quad}=\vec{O}$ $\qquad$ $\beta.\ \overrightarrow{\Gamma\Delta}+\overrightarrow{\quad B}=\overrightarrow{\Gamma A}$

$\gamma.\ \overrightarrow{\Delta A}+\overrightarrow{\Delta\Gamma}=2\cdot\overrightarrow{\quad\quad}$ $\qquad$ $\delta.\ 2\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{\Gamma\quad}=\overrightarrow{\Delta\quad}$

$\varepsilon.\ \overrightarrow{A\quad}+\overrightarrow{\quad\Delta}=\overrightarrow{B\Gamma}$ (20 μονάδες)



ΤΕΣΤ ΣΕ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ (1)

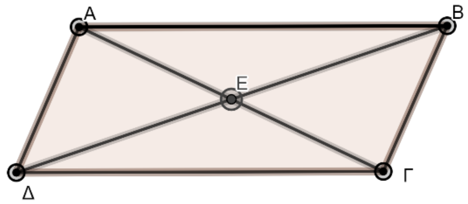
Α. Αν για τα μη συνευθειακά σημεία Τ, Λ, Μ, Ρ ισχύει η σχέση : $\overrightarrow{A\Lambda}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AT}$, να αποδείξετε ότι το ΡΛΤΜ είναι παραλληλόγραμμο. (10 μονάδες)

Β1. Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\vec{u}=3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{M\Gamma}$ είναι ανεξάρτητο του σημείου Μ. (10 μονάδες)
Β2. Αν επιπλέον ισχύει ότι: $\vec{u}=\vec{0}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά και να βρείτε τη σχετική τους θέση (να κάνετε ένα σχήμα που να δείχνει ποιο σημείο βρίσκεται ανάμεσα στα άλλα δύο και – περίπου – τη σχέση του μήκους των αντίστοιχων διανυσμάτων) (10 μονάδες)

Γ. Δίνεται τρίγωνο ΟΑΒ και σημείο Μ στην πλευρά ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΜ=2ΜΒ. Αν $\vec{\alpha}=\overrightarrow{OA},\vec{\beta}=\overrightarrow{OB}$ να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{OM}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$. (10 μονάδες)

Δ. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ τέτοιες ώστε ΓΔ=2ΑΒ. Ονομάζω $\vec{\alpha}=\overrightarrow{AB}$,$\vec{\beta}=\overrightarrow{B\Gamma}$.
Δ1. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{A\Delta}$ *και* $\overrightarrow{B\Delta}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$. (15 μονάδες)
Δ2. Αν ονομάσουμε Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του τραπεζίου και θεωρήσουμε τους πραγματικούς αριθμούς χ, y τέτοιους ώστε : $\overrightarrow{AK}=x\cdot\overrightarrow{A\Gamma}\ \ \text{και}\ \ \overrightarrow{BK}=y\cdot\overrightarrow{B\Delta}$, να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha}=x\cdot\overrightarrow{A\Gamma}-y\cdot\overrightarrow{B\Delta}$
και στη συνέχεια να υπολογίσετε τις τιμές των x και y. (5 + 20 μονάδες)

Ε. Συμπληρώστε κατάλληλα ώστε να ισχύουν οι ισότητες, αν γνωρίζετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



$\alpha.\ \ \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{\Gamma\ \ \ }=\vec{O}$ $\qquad\beta.\ \overrightarrow{\Gamma\Delta}+\overrightarrow{\ \ \ B}=\overrightarrow{\Gamma A}$

$\gamma.\ \overrightarrow{\Delta A}+\overrightarrow{\Delta\Gamma}=2\cdot\overrightarrow{\quad\ }$ $\qquad\delta.\ 2\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{\Gamma\ \ \ }=\overrightarrow{\Delta\ \ \ }$

$\varepsilon.\ \overrightarrow{A\ \ \ }+\overrightarrow{\ \ \ \Delta}=\overrightarrow{B\Gamma}$ (20 μονάδες)

ΤΕΣΤ ΣΕ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ (1)

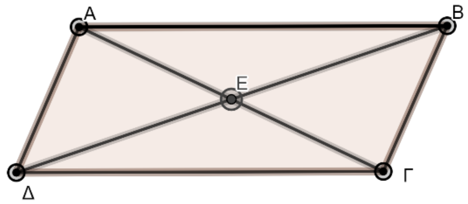
Α. Αν για τα μη συνευθειακά σημεία Α, Β, Γ, Δ ισχύει η σχέση : $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{K\Gamma} + \overrightarrow{K\Delta}$, να αποδείξετε ότι το ΑΓΒΔ είναι παραλληλόγραμμο. (10 μονάδες)

Β1. Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\vec{u} = 5\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{M\Gamma}$ είναι ανεξάρτητο του σημείου Μ. (10 μονάδες)
Β2. Αν επιπλέον ισχύει ότι: $\vec{u} = \vec{0}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά και να βρείτε τη σχετική τους θέση (να κάνετε ένα σχήμα που να δείχνει ποιο σημείο βρίσκεται ανάμεσα στα άλλα δύο και – περίπου – τη σχέση του μήκους των αντίστοιχων διανυσμάτων. (10 μονάδες)

Γ. Δίνεται τρίγωνο ΟΑΒ και σημείο Μ στην πλευρά ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΜ=4ΜΒ. Αν $\vec{\alpha} = \overrightarrow{OA}, \vec{\beta} = \overrightarrow{OB}$ να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{OM}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. (10 μονάδες)

Δ. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ τέτοιες ώστε ΓΔ=3ΑΒ. Ονομάζω $\vec{\alpha} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{\beta} = \overrightarrow{A\Delta}$.
Δ1. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$ $\kappa\alpha\iota$ $\overrightarrow{B\Delta}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. (15 μονάδες)
Δ2. Αν ονομάσουμε Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του τραπεζίου και θεωρήσουμε τους πραγματικούς αριθμούς x, y τέτοιους ώστε : $\overrightarrow{AK} = x \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$ $\kappa\alpha\iota$ $\overrightarrow{BK} = y \cdot \overrightarrow{B\Delta}$, να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} = x \cdot \overrightarrow{A\Gamma} - y \cdot \overrightarrow{B\Delta}$
και στη συνέχεια να υπολογίσετε τις τιμές των x και y. (5 + 20 μονάδες)

Ε. Συμπληρώστε κατάλληλα ώστε να ισχύουν οι ισότητες, αν γνωρίζετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



$\alpha.\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\Gamma\quad} = \vec{O}$ $\quad\beta.\ \overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{\quad B} = \overrightarrow{\Gamma A}$

$\gamma.\ \overrightarrow{\Delta A} + \overrightarrow{\Delta\Gamma} = 2 \cdot \overrightarrow{\quad\quad}$ $\quad\delta.\ 2 \cdot \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{\Gamma\quad} = \overrightarrow{\quad\Delta}$

$\varepsilon.\ \overrightarrow{A\quad} + \overrightarrow{\quad\Delta} = \overrightarrow{B\Gamma}$ (20 μονάδες)

ΤΕΣΤ ΣΕ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ (1)

Α. Αν για τα μη συνευθειακά σημεία Α, Β, Γ, Δ ισχύει η σχέση : $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{P\Gamma}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{P\Delta}$, να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (10 μονάδες)

Β1. Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\vec{u}=5\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{M\Gamma}$ είναι ανεξάρτητο του σημείου Μ. (10 μονάδες)
Β2. Αν επιπλέον ισχύει ότι: $\vec{u}=\vec{0}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά και να βρείτε τη σχετική τους θέση (να κάνετε ένα σχήμα που να δείχνει ποιο σημείο βρίσκεται ανάμεσα στα άλλα δύο και – περίπου – τη σχέση του μήκους των αντίστοιχων διανυσμάτων). (10 μονάδες)

Γ. Δίνεται τρίγωνο ΟΑΒ και σημείο Μ στην πλευρά ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΜ=5ΜΒ. Αν $\vec{\alpha}=\overrightarrow{OA},\vec{\beta}=\overrightarrow{OB}$ να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{OM}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$. (10 μονάδες)

Δ. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ τέτοιες ώστε ΓΔ=2ΑΒ. Ονομάζω $\vec{\alpha}=\overrightarrow{AB}$,$\vec{\beta}=\overrightarrow{A\Delta}$.
Δ1. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$ $και$ $\overrightarrow{B\Delta}$ ως συνάρτηση των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$. (15 μονάδες)
Δ2. Αν ονομάσουμε Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του τραπεζίου και θεωρήσουμε τους πραγματικούς αριθμούς x, y τέτοιους ώστε : $\overrightarrow{AK}=x\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$ $και$ $\overrightarrow{BK}=y\cdot\overrightarrow{B\Delta}$, να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha}=x\cdot\overrightarrow{A\Gamma}-y\cdot\overrightarrow{B\Delta}$
και στη συνέχεια να υπολογίσετε τις τιμές των x και y. (5 + 20 μονάδες)

Ε. Συμπληρώστε κατάλληλα ώστε να ισχύουν οι ισότητες, αν γνωρίζετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

$\alpha.$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{\Gamma\quad}=\vec{O}$ $\beta.$ $\overrightarrow{\Gamma\Delta}+\overrightarrow{\quad B}=\overrightarrow{\Gamma A}$

$\gamma.$ $\overrightarrow{\Delta A}+\overrightarrow{\Delta\Gamma}=2\cdot\overrightarrow{\quad\quad}$ $\delta.$ $2\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{\Gamma\quad}=\overrightarrow{\Delta\quad}$

$\varepsilon.$ $\overrightarrow{A\quad}+\overrightarrow{\quad\Delta}=\overrightarrow{B\Gamma}$ (20 μονάδες)