ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΓΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΗ

Α. Τα σύνολα των αριθμών

Οι φυσικοί αριθμοί, συμβολίζονται με $\mathbb{N}$, *όπου* $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,...\}$

Οι ακέραιοι αριθμοί, συμβολίζονται με $\mathbb{Z}$, *όπου* $\mathbb{Z}=\{...,-2,-1,0,1,2,...\}$

Οι ρητοί αριθμοί , είναι τα κλάσματα και όσοι αριθμοί μπορούν να γραφτούν σαν κλάσμα, δηλαδή οι φυσικοί , οι ακέραιοι, οι απλοί <u>και οι περιοδικοί δεκαδικοί</u>. Συμβολίζονται με $\mathbb{Q}$, *όπου* $\mathbb{Q}=\left\{\frac{\alpha}{\beta}/\alpha,\beta\in\mathbb{Z},\ \beta\neq 0\right\}$.

Όσοι αριθμοί δεν μπορούν να γραφτούν σε μορφή κλάσματος, λέγονται άρρητοι, ας τους συμβολίσουμε με $\mathbb{Q}'$. Τέτοιοι αριθμοί είναι, για παράδειγμα, *οι* : $\pi,\ -\sqrt{2},\ \sqrt{3},-\sqrt{10}$ *κ.λ.π.*.

Αν ενώσουμε τους ρητούς και τους άρρητους, φτιάχνουμε ένα σύνολο που το λέμε «πραγματικοί αριθμοί». Συμβολίζονται με $\mathbb{R}$, *όπου* $\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup\mathbb{Q}'$.

Β. Εξισώσεις 1ου βαθμού

Υπενθυμίζω ότι η εξίσωση:

$0x=a$, *με* $a\neq 0$, *είναι αδύνατη, ενώ η* $0x=0$ *είναι ταυτότητα* (*ισχύει για κάθε* x).

Τα βήματα λύσης μιας εξίσωσης: Απαλοιφή παρονομαστών, απαλοιφή παρενθέσεων, χωρισμό γνωστών από αγνώστους, προσθαφαιρέσεις σε 1ο και 2ο μέλος, διαίρεση με το συντελεστή του αγνώστου.

Δείτε μερικά παραδείγματα:

a. $3x-2=0\Leftrightarrow 3x=2\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$

b. $1-5x=2(x-3)\Leftrightarrow 1-5x=2x-6\Leftrightarrow -5x-2x=-1-6\Leftrightarrow -7x=-7\Leftrightarrow x=1$

c. $\frac{3(1-x)}{2}-\frac{2x-1}{8}=x-\frac{2-3x}{4}\xleftrightarrow{\text{ΕΚΠ}=8}12(1-x)-(2x-1)=8x-2(2-3x)\Leftrightarrow$

$12-12x-2x+1=8x-4+6x\Leftrightarrow -12x-2x-8x-6x=-12-1-4\Leftrightarrow -28x=-17\Leftrightarrow x=\frac{17}{28}$

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις (σε παρένθεση το αποτέλεσμα που πρέπει να βρείτε):

1. $3x-\frac{2(1-x)}{3}=1-\frac{x-3}{6}$ $\left(\frac{13}{23}\right)$
2. $\frac{2x-5}{4}-\frac{2x+1}{8}=2-\frac{3(x+1)}{2}$ $\left(\frac{15}{14}\right)$
3. $\frac{2(x-1)}{3}+\frac{-x+2}{4}=\frac{3(x+1)}{2}-\frac{x+3}{12}$ $\left(-\frac{17}{12}\right)$
4. $\frac{2x-3(x+1)}{3}=\frac{2-x}{4}$ (-18)
5. $\frac{1-2(x+2)}{4}=x-\frac{3-2x}{12}$ $\left(-\frac{3}{10}\right)$
6. $\frac{3(x-2)-2(1-x)}{4}=\frac{1}{2}(3x+1)$ (-10)
7. $\frac{2}{3}(x-1)-\frac{1}{4}(x+1)=x-1-\frac{2-x}{12}$ $\left(\frac{3}{8}\right)$
8. $\frac{x}{3}+\frac{2-x}{4}=\frac{x+2}{6}-\frac{1}{2}$ (8)

Γ. Ιδιότητες δυνάμεων.

Ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες δυνάμεων:

1. $a^{\nu}\cdot a^{k}=a^{\nu+k}$ 2. $\frac{a^{\nu}}{a^{k}}=a^{\nu-k}$ 3. $\left(a^{\nu}\right)^{k}=a^{\nu k}$ 4. $a^{\nu}\cdot b^{\nu}=(ab)^{\nu}$ 5. $\frac{a^{\nu}}{b^{\nu}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\nu}$,

όπου $\nu,k\in\mathbb{N}$, $a,b\in\mathbb{R}$. *Επίσης,* $\alpha^{0}=0$ $(\alpha\neq 0)$, $\alpha^{1}=\alpha$.

Προσέξτε τώρα τι γίνεται, αν ο εκθέτης είναι αρνητικός : $a^{-\nu}=\frac{1}{a^{\nu}}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\nu}=\left(\frac{b}{a}\right)^{\nu}$.

Επίσης, όσον αφορά τα πρόσημα, η μόνη περίπτωση όπου το αποτέλεσμα της ύψωσης σε δύναμη είναι αρνητικός αριθμός, είναι: $(\text{αρνητικός αριθμός})^{\text{περιττός εκθέτης}}$.

Δοκιμάστε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, για να συνηθίσετε λίγο τις ιδιότητες.

1. Συμπληρώστε τις παρακάτω ισότητες, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων:

$x^3 \cdot x \cdot x^4 =$ $\quad a^2 \cdot a^5 \cdot a =$ $\quad (b^3)^2 =$ $\quad (a^2 \cdot b^4)^3 =$ $\quad a^7 \cdot b^7 =$

$\frac{a^3}{a} =$ $\quad \frac{a^4 \cdot a^2}{a^3} =$ $\quad \frac{a^{-2}}{a^5} =$ $\quad \frac{a}{a^{-4}} =$ $\quad \frac{a^{-4}b^{-3}}{a^{-3}b^2} =$ $\quad \frac{ab^{-4}c^{-2}}{a^{-3}bc^{-3}} =$

$\frac{(a^{-2}b)^{-3}}{(a^3b^{-2})^2} =$ $\quad \frac{(a^2b^{-3})^2 \cdot (ab^{-2})^{-3}}{(ab^{-3})^{-3} \cdot (a^2b^{-1})^2} =$

2. Χρησιμοποιήστε ιδιότητες δυνάμεων για να βρείτε το αποτέλεσμα:

$(-2)^5 \cdot 5^5 =$ $\quad \frac{(-3)^7}{6^7} + \frac{4^7}{(-8)^7} =$ $\quad \left(\frac{-1}{3}\right)^4 \cdot 9^2 =$

$25^3 \cdot 4^3 =$ $\quad \frac{(-12)^3}{2^6 \cdot 3^2} + \frac{4^2 \cdot 3^3}{9^2 \cdot 2^4} =$ $\quad \frac{(-15)^4}{3^4} - \frac{20^4}{(-4)^4} =$

$\frac{(-4)^5 \cdot 9^5}{-12^6 \cdot (-3)^6} =$ $\quad \frac{(-4)^6 \cdot (-5)^6}{2^5 \cdot 10^5} =$ $\quad \left(-\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^5 =$

Δ. Τυποποιημένη μορφή αριθμών

Για πολύ μεγάλους αριθμούς: Αφήστε ένα ακριβώς ψηφίο μπροστά από την υποδιαστολή, ο εκθέτης του 10 είναι το πλήθος των ψηφίων που «περίσσεψαν» δεξιά της:

$345.000.000.000 = 3,45 \cdot 10^{11}$ $\quad 200.400.000 = 2,004 \cdot 10^8$ $\quad 30.000.000 = 3 \cdot 10^7$

Για αριθμούς πολύ κοντά στο μηδέν, ακολουθούμε ανάλογη διαδικασία, βάζοντας όμως αρνητικό εκθέτη:

$0,000000345 = 3,45 \cdot 10^{-7}$ $\quad 0,00000001003 = 1,003 \cdot 10^{-8}$ $\quad 0,00004 = 4 \cdot 10^{-5}$

Δοκιμάστε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, τσεκάρετε το αποτέλεσμα και δείτε που κάνετε λάθος!

1. Να γράψετε σε τυποποιημένη μορφή τους αριθμούς που ακολουθούν:

123.000.000.000.000.000.000= $\quad$ 45.000.000.000.000=

178.230.000.000.000.000= $\quad$ 1.020.000.000.000=

0,000000000000234= $\quad$ 0,000000001234=

0,00002= $\quad$ 0,00001= $\quad$ 0,00000000245=

2. Να γράψετε σε πλήρη ανάπτυξη τους παρακάτω αριθμούς:

$2,45 \cdot 10^5 =$ $\quad 1,03 \cdot 10^7 =$

$7,8 \cdot 10^{-7} =$ $\quad 9,346 \cdot 10^{-8} =$

$1,204 \cdot 10^3 =$ $\quad 4,25 \cdot 10^{-3} =$

$2,65 \cdot 10^{-4} =$ $\quad 3,78 \cdot 10^{-6} =$

3. Να βρείτε το αποτέλεσμα σε <u>τυποποιημένη</u> μορφή:

$2,4 \cdot 10^5 \cdot 1,1 \cdot 10^8 =$ $\quad$ $1,8 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^6 =$

$5,2 \cdot 10^4 \cdot 4,3 \cdot 10^6 =$ $\quad$ $7,2 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^7 =$

$2,4 \cdot 10^{-5} \cdot 1,1 \cdot 10^{-8} =$ $\quad$ $1,8 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-6} =$

$5,2 \cdot 10^{-4} \cdot 4,3 \cdot 10^{-6} =$ $\quad$ $7,2 \cdot 10^{-5} \cdot 8 \cdot 10^{-7} =$

$2,4 \cdot 10^{-5} \cdot 1,1 \cdot 10^8 =$ $\quad$ $1,8 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^6 =$

$5,2 \cdot 10^{-4} \cdot 4,3 \cdot 10^6 =$ $\quad$ $7,2 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-7} =$

4. Να βρείτε το αποτέλεσμα σε <u>τυποποιημένη</u> μορφή:

$\frac{3,6 \cdot 10^{-6}}{1,2 \cdot 10^{-8}} =$ $\quad$ $\frac{4,8 \cdot 10^7}{2,4 \cdot 10^{10}} =$ $\quad$ $\frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{2,4 \cdot 10^{-3}} =$

$\frac{3,6 \cdot 10^{-6}}{1,2 \cdot 10^8} =$ $\quad$ $\frac{4,8 \cdot 10^{-7}}{2,4 \cdot 10^{10}} =$ $\quad$ $\frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{2,4 \cdot 10^3} =$

$\frac{3,6 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^{-8}} =$ $\quad$ $\frac{4,8 \cdot 10^7}{2,4 \cdot 10^{-10}} =$ $\quad$ $\frac{1,2 \cdot 10^6}{2,4 \cdot 10^{-3}} =$

5. Να βρείτε το αποτέλεσμα σε <u>τυποποιημένη</u> μορφή:

$2,48 \cdot 10^4 - 5,6 \cdot 10^3 =$ $\quad$ $3,2 \cdot 10^8 + 7,68 \cdot 10^7 =$

$1,3 \cdot 10^{-5} - 3,2 \cdot 10^{-6} =$ $\quad$ $8,43 \cdot 10^{-7} - 4,3 \cdot 10^{-8} =$

$10^{-7} - 5,4 \cdot 10^{-9} =$ $\quad$ $3,2 \cdot 10^7 - 10^5 =$

Απαντήσεις 5: $1,92 \cdot 10^4$, $3,968 \cdot 10^8$, $9,8 \cdot 10^{-6}$, $8 \cdot 10^{-7}$, $9,46 \cdot 10^{-8}$, $3,19 \cdot 10^7$

<u>Απαντήσεις στις ασκήσεις 1,2,3 και 4.</u>

1. Να γράψετε σε τυποποιημένη μορφή τους αριθμούς:

$1,23 \cdot 10^{20}$ $\quad$ $4,5 \cdot 10^{13}$ $\quad$ $1,7823 \cdot 10^{17}$ $\quad$ $1,02 \cdot 10^{12}$

$2,34 \cdot 10^{-13}$ $\quad$ $1,234 \cdot 10^{-9}$ $\quad$ $2 \cdot 10^{-5}$ $\quad$ 10^{-5} $\quad$ $2,45 \cdot 10^{-9}$

2. Να γράψετε σε πλήρη ανάπτυξη τους παρακάτω αριθμούς:

245.000 $\quad$ 10.300.000

0,00000078 $\quad$ 0,00000009346

1204 $\quad$ 0,00425

0,000265 $\quad$ 0,00000378

3. Να βρείτε το αποτέλεσμα σε <u>τυποποιημένη</u> μορφή:

$2,64 \cdot 10^{13}$ $\quad$ $9 \cdot 10^{13}$

$2,236 \cdot 10^{11}$ $\quad$ $5,76 \cdot 10^{13}$

$2,64 \cdot 10^{-13}$ $\quad$ $9 \cdot 10^{-13}$

$2,236 \cdot 10^{-9}$ $\quad$ $5,76 \cdot 10^{-11}$

$2,64 \cdot 10^3$ $\quad$ $5,76 \cdot 10^{-1}$

$2,236 \cdot 10^3$ $\quad$ $5,76 \cdot 10^{-1}$

4. Να βρείτε το αποτέλεσμα σε <u>τυποποιημένη</u> μορφή:

$3\cdot 10^{2}$ $\quad 2\cdot 10^{-3}$ $\quad 5\cdot 10^{-4}$

$3\cdot 10^{-14}$ $\quad 2\cdot 10^{-17}$ $\quad 5\cdot 10^{-10}$

$3\cdot 10^{14}$ $\quad 2\cdot 10^{17}$ $\quad 5\cdot 10^{8}$

Ε. Εξισώσεις 2ου βαθμού

Η μορφή: $x^2 = a \xleftrightarrow{a>0} x = \pm\sqrt{a}$ Δηλαδή, αν η εξίσωση έχει σαν μοναδική άγνωστη ποσότητα το x^2, λύνουμε ως προς αυτό και την τελειώνουμε όπως παραπάνω. Για παράδειγμα:

$2x^2 - 18 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

$3x^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}, \quad \alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\ 2x^2 + 18 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9,\ \alpha\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau\eta.$

Η μορφή: $ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax+b) = 0 \Leftrightarrow x = 0\ \acute{\eta}\ x = -\dfrac{b}{a}$. Για παράδειγμα:

$2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0\ \acute{\eta}\ x = 3$

$6x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow 3x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0\ \acute{\eta}\ x = -1$

Η μορφή $ax^2 + \beta x + \gamma = 0\ \mu\varepsilon\ \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma > 0,\ \acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\iota\ \lambda\acute{\upsilon}\sigma\varepsilon\iota\varsigma\ \tau\iota\varsigma\ \tau\iota\mu\acute{\varepsilon}\varsigma\ x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

Προσπαθήστε να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

1. $3x^2 - 24 = 0 \quad (\pm\sqrt{8})$ $\qquad$ 2. $x^2 - x - 2 = 0 \quad (-1,2)$ $\qquad$ 3. $2x^2 + 10x = 0 \quad (0,-5)$

4. $2x + 7x^2 = 0 \quad (0,-\dfrac{7}{2})$ $\qquad$ 5. $2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad (-1,\dfrac{3}{2})$ $\qquad$ 6. $4x^2 + 64 = 0 \quad (\alpha\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau\eta)$

Ζ. Επίλυση «ειδικών» εξισώσεων

Γενικά, ισχύει ότι: $\mathrm{A}\cdot\mathrm{B} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{A} = 0\ \acute{\eta}\ \mathrm{B} = 0\quad \varepsilon\nu\acute{\omega}\ \ \mathrm{A}\cdot\mathrm{B} \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{A} \neq 0\ \kappa\alpha\iota\ \mathrm{B} \neq 0$

Επίσης: $\mathrm{A}^{\nu} = 0 \Rightarrow \mathrm{A} = 0,\quad \mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2 = 0 \Rightarrow \mathrm{A} = 0\ \kappa\alpha\iota\ \mathrm{B} = 0$

Η. Ταυτότητες

$\mathrm{I}\sigma\chi\acute{\upsilon}o\upsilon\nu:\ (\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 \qquad (\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2\ \ \varepsilon\nu\acute{\omega}: (-\alpha+\beta)^2 = (\alpha-\beta)^2$
$\kappa\alpha\iota\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau o\iota\chi\alpha\ (-\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2.$

Είναι εξαιρετικά κρίσιμο να μπορείτε να κάνετε αυτό που λένε «συμπλήρωση τετραγώνου». Δείτε μερικά παραδείγματα:

$x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + 4 + 1 = (x+2)^2 + 1, \qquad x^2 - 6x + 5 = x^2 - 6x + 9 - 4 = (x-3)^2 - 4$

Προσπαθήστε να κάνετε το ίδιο με τις παρακάτω παραστάσεις:

$\alpha.\ x^2 + 4x + 1 = \qquad \beta.\ x^2 - 6x = \qquad \gamma.\ 4x^2 - 12x + 5 = \qquad \delta.\ x^2 + x + 1 = \qquad \varepsilon.\ x^2 - 3x =$

$\mathrm{A}\pi\alpha\nu\tau.: \alpha.(x+2)^2 - 3 \quad \beta.(x-3)^2 - 9 \quad \gamma.(2x-3)^2 - 4 \quad \delta.(x+\dfrac{1}{2})^2 + \dfrac{3}{4} \qquad \varepsilon.\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{9}{4}$

Μπορείτε να λύσετε τις εξισώσεις με δύο αγνώστους που ακολουθούν, αν χρησιμοποιήσετε τη συμπλήρωση τετραγώνου και το λήμμα Ζ;

$\alpha.\ x^2 + y^2 + 2x + 6y + 10 = 0 \qquad \beta.\ x^2 + y^2 - 8x + 6y + 7 = 0 \qquad \gamma.\ 4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 2 = 0$

$\mathrm{A}\pi\alpha\nu\tau\acute{\eta}\sigma\varepsilon\iota\varsigma:\ \alpha.\ x = -1, y = -3 \qquad \beta.\ x = 4, y = -3 \qquad \gamma.\ x = \dfrac{1}{2},\ y = \dfrac{1}{3}$

Υπόλοιπες ταυτότητες:

$\alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$ $\quad(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$ $\quad(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$

Θ. Παραγοντοποίηση

Μεγάλη κουβέντα. Τουλάχιστον κοινό παράγοντα , ομαδοποίηση και διαφορά τετραγώνων πρέπει να ξέρετε! Επίσης, πρέπει να μπορείτε να εντοπίσετε τα αναπτύγματα διωνύμων και να χρησιμοποιήσετε τις αντίστοιχες ταυτότητες.

Προσπαθήστε να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

Α. Απλώς βγάλτε κοινό παράγοντα:

1. $x^2-x=$ 2. $x^2+2x=$ 3. $2x-x^2=$
4. $4x^2-8x=$ 5. $2x-2=$ 6. $4x+2=$
7. $-3x+6=$ 8. $-5x-25=$ 9. $-5x+5=$
10. $4y+4=$ 11. $14x-4=$ 12. $24x+16=$
13. $4x^3+2x^2=$ 14. $8x^2-12x^3=$ 15. $6x^2y-3xy^2=$
16. $4a^3b^2+2ab^3-ab^2=$ 17. $3xy^3-6x^2y^2+xy^2=$ 18. $-3x^3y^2+9x^4y^4=$

Β. Συνεχίζουμε με κοινό παράγοντα:

1. $6x^3(x-a)-3x^2(x-a)=$
2. $2xy(x-2)^2-4x^2y(x-2)^3=$
3. $4x(x+3)^2-6x^2(x+3)=$
4. $2y(2y-1)+3(1-2y)=$
5. $4x(x-2)-2(2-x)=$
6. $2x(x+1)-7x-7=$
7. $3x(2x-1)-2x+1=$
8. $4x(2-3x)+4-6x=$

Γ. Ομαδοποιείστε τις παρακάτω ποσότητες (σε ζεύγη):

1. $3ax-6a+x-2=$
2. $2xy-4ay-x+2a=$
3. $2a^2-6a-ax+3x=$
4. $ax^2+a^2x-3x-3a=$
5. $3a^2x-6a^2-2yx+4y=$
6. $2a^3x^2+4ay^2+12xy^2+6a^2x^3=$
7. $3x+2ax-3a-2x^2=$
8. $2x(x-3)-3a(x-3)-4x+6a=$

Δ. Διαφορές τετραγώνων, από τις απλούστερες προς τις δυσκολότερες:

1. $4x^2-9=$

2. $16-9a^2=$

3. $a^2x^4-25=$

4. $a^4-4x^6=$

5. $x^4-a^4=$

6. $a^2-4x^4=$

7. $(3x-2)^2-25=$

8. $(2a+1)^2-(1-3a)^2=$

9. $(x-5)^2-4x^2=$

10. $(x+5)^2-(1-3x)^2=$

11. $16x^2-(2x-3)^2=$

12. $(7-2x)^2-(3x-2)^2=$

13. $4x^2-(3x+1)^2=$

14. $4(2x-1)^2-9(x+2)^2=$

15. $4ax^2-9a=$

16. $2a^3x^4-8ax^8=$

17. $4a^2(x-2)-9(x-2)=$

18. $2x^4(x-1)+8x^2(1-x)=$

Ε. Ομαδοποίηση , προτιμήστε το τρεις – ένας και εφαρμόστε ταυτότητες:

1. $x^2+2x+1-a^2=$

2. $x^2-2ax+a^2-16=$

3. $1-x^2+2ax-a^2=$

4. $9a^2-4x^2-4x-1=$

5. $25x^4+10x^2+1-9x^6=$

6. $x^2+\frac{1}{x^2}+1=$

7. $9x^2-9-y^2-6y=$

8. $2x+4a^2-1-x^2=$

9. $4x^2+12x+9-y^2+2ay-1=$

10. $y^2+\frac{4}{y^2}-5$

11. $27a^3-12ax^2-12ax-3a=$

12. $x+\frac{1}{x}-3=$

Ι. Επίλυση τύπων

Δεν έχει διδαχτεί ποτέ στη Β΄ Γυμνασίου, αλλά, μιλώντας για Φυσική, είναι το Α και το Ω. Ακολουθούν παραδείγματα επίλυσης τέτοιων τύπων ως προς τις διάφορες μεταβλητές που περιέχουν. Η λογική επίλυσης είναι ίδια με εκείνη των εξισώσεων – απλά θεωρήστε «γνωστά» όλα τα υπόλοιπα γράμματα εκτός εκείνου ως προς το οποίο ζητείται η επίλυση.

$$v=\frac{x}{t}\xleftrightarrow[\text{άγνωστος ο } x]{}x=vt\xleftrightarrow[\text{άγνωστος ο } t]{}t=\frac{x}{v}$$

$$v=v_o+at\xleftrightarrow[v_o]{}v_o=v-at\xleftrightarrow[a,t]{}\begin{array}{l} at=v-v_o\Leftrightarrow a=\frac{v-v_o}{t}\\ at=v-v_o\Leftrightarrow t=\frac{v-v_o}{a}\end{array}$$

$$x=\frac{at^2}{2}\xleftrightarrow[t]{}t^2=\frac{2x}{a}\Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2x}{a}}\ \text{ή}\ a=\frac{2x}{t^2}$$

$$x=x_o+\frac{at^2}{2}\xleftrightarrow[t]{}at^2=2x-2x_o\Leftrightarrow t^2=\frac{2x-2x_o}{a}\Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2x-2x_o}{a}}\ \text{ή}\ a=\frac{2x-2x_o}{t^2}$$

Επίσης, στη Φυσική πρώτα λύνουμε τον τύπο και στο τέλος κάνουμε αντικατάσταση, όχι ξεκινώντας!