

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ - Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 2022

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι ισχύει η ισοδυναμία:  $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_a \cdot \lambda_\beta = -1$ , εφόσον ορίζονται οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων. (6 μονάδες)

A2. Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστό» ή «Λάθος» τους παρακάτω ισχυρισμούς:

α. Το εσωτερικό γινόμενο δύο μοναδιαίων διανυσμάτων είναι πάντα θετικός αριθμός.

β. Η γωνία δύο μη μηδενικών διανυσμάτων είναι αμβλεία αν και μόνο αν το εσωτερικό τους γινόμενο είναι αρνητικός αριθμός.

γ. Ισχύει ότι αν  $\vec{a} = \vec{\beta}$  τότε  $\vec{a}^2 \cdot \vec{\gamma} = \vec{\beta}^2 \cdot \vec{\gamma}$

δ. Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\gamma} = \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}$  και  $\vec{\gamma} \neq \vec{0}$ , τότε  $\vec{\gamma} \perp (\vec{a} + \vec{\beta})$

ε. Η ορίζουσα δύο διανυσμάτων είναι μηδέν αν και μόνο αν τα διανύσματα είναι συγγραμμικά. (10 μονάδες)

A3. Δίνεται τα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με μήκος πλευράς  $a=4$  και  $A\Delta = 2\sqrt{3}$  το ύψος του τριγώνου. Να υπολογίσετε τα εσωτερικά γινόμενα:

α.  $\overline{AB} \cdot \overline{A\Delta}$     β.  $\overline{A\Delta} \cdot \overline{B\Gamma}$     γ.  $\overline{AB} \cdot \overline{B\Gamma}$  (12 μονάδες)

A4. Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΔ με μήκος πλευράς  $a=5$  και μήκος διαγώνιου ίσο με  $5\sqrt{2}$ . Να υπολογίσετε τα εσωτερικά γινόμενα:

α.  $\overline{AB} \cdot \overline{A\Gamma}$     β.  $\overline{A\Gamma} \cdot \overline{B\Delta}$     γ.  $\overline{A\Gamma} \cdot \overline{\Delta\Gamma}$  (12 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$  για τα οποία ισχύουν:  $\frac{|\vec{a}|}{3} = \frac{|\vec{\beta}|}{4} = \frac{|\vec{\gamma}|}{2}$  και  $2\vec{a} + \vec{\beta} + 5\vec{\gamma} = \vec{0}$ .

B1. Να αποδείξετε ότι:  $\vec{a} \nearrow \nearrow \vec{\beta} \nearrow \swarrow \vec{\gamma}$ . (20 μονάδες)

B2. Να αποδείξετε ότι  $\vec{\beta} = -2\vec{\gamma}$  και  $4\vec{a} - 3\vec{\beta} = \vec{0}$  (12 μονάδες)

B3. Να υπολογίσετε το:  $(3\vec{\gamma} - 2\vec{a})(3\vec{\gamma} + 2\vec{a})$ . (8 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  για τα οποία γνωρίζουμε ότι:  $|\vec{a}|=2, |\vec{\beta}|=1$  και  $(\vec{a}, \vec{\beta}) = 60^\circ$ . Ένα παραλληλόγραμμο κατασκευάζεται με τα διανύσματα  $\vec{a} + 2\vec{\beta}$  και  $\vec{a} - 2\vec{\beta}$ .

Γ1. Να βρείτε την αμβλεία γωνία των διαγώνιων του και να αποδείξετε ότι το παραλληλόγραμμο είναι ορθογώνιο. (10 μονάδες)

Γ2. Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{a} - 2\vec{\beta}$ . (10 μονάδες)