1 Τα "σωστό-λάθος" των εξετάσεων

(α΄) 2002

1.1 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη στο $[\alpha,\beta]$ και συνεχής στο $(\alpha,\beta]$ παίρνει στο $[\alpha,\beta]$ μια μέγιστη τιμή

β) Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη

γ) Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0} |f(x)| = 0$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$

δ) Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

(ημερήσια)

1.2 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0, τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό

β) Κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

ε) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ ισχύει:

$$\lim_{x\to x_0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x\to x_0} f(x) + \lim_{x\to x_0} g(x)$$

στ) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ ισχύει:

$$\lim_{x\to x_0} (f(x)g(x)) = \lim_{x\to x_0} f(x) - \lim_{x\to x_0} g(x)$$

(εσπερινά)

1.3 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα

β) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και δεν είναι αντιστρέψιμη, τότε υπάρχει κλειστό διάστημα $[\alpha,\beta]$ στο οποίο η f ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος *Rolle*

γ) Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : [\alpha,\beta] \to \mathbb{R}$, η οποία παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in [\alpha,\beta]$, ισχύει $f'(x_0) = 0$

δ) Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha,\beta] \to \mathbb{R}$, αν υπάρχει $x_0 \in (\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0) = 0$, τότε:

$$f(\alpha)f(\beta) < 0$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

(β΄) 2003

1.4 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν ισχύει:

$$f''(x) > 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε η f είναι κυρτή στο Δ

β) Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτόμενη ευθεία της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ, βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της f, με εξαίρεση του σημείου επαφής τους

γ) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 το οποίο είναι εσωτερικό του Δ, αν $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0

(ημερήσια)

1.5 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν δύο μεταβλητά μεγέθη x, y συνδέονται με την σχέση $y = f(x)$, όπου f είναι μια παραγωγίσιμη συνάρτηση στο x_0, τότε ονομάζουμε ρυθμό μεταβολής του y ως προς x στο σημείο x_0, την παράγωγο $f'(x_0)$

β) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α,β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0,β), τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f

γ) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) \neq 0$ ισχύει:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x\to x_0} g(x)}$$

(εσπερινά)

1.6 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α,β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0,β), τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f

β) Μια συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ είναι 1-1 όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\text{αν } x_1 = x_2, \text{ τότε } f(x_1) = f(x_2)$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

(γ΄) 2004

1.7 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0-} f(x) = \lim_{x\to x_0+} f(x) = \ell$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο x_0, τότε η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g'(x_0)$$

γ) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ. Αν $f'(x) > 0$, για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ

(ημερήσια)

1.8 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω f, g δύο συναρτήσεις οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ. Αν ισχύει:

$$f'(x) = g'(x), \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε υπάρχει σταθερά $c \in \mathbb{R}$ τέτοια, ώστε:

$$f(x) = g(x) + c, \text{ για κάθε } x \in \mathit{\Delta}$$

β) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ, όταν για κάθε $x_1, x_2 \in \mathit{\Delta}$, με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ και ισχύει:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}, \text{ για κάθε } x > 0$$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0, τότε ο συντελεστής διεύθυνσης λ της εφαπτόμενης ευθείας της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι $\lambda = f'(x_0)$

(εσπερινά)

1.9 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

δ) Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 και ισχύει $f(x) \geq 0$ κοντά στο x_0, τότε ισχύει:

$$\lim_{x \to x_0} \sqrt[\kappa]{f(x)} = \sqrt[\kappa]{\lim_{x \to x_0} f(x)}, \text{ με } \kappa \in \mathbb{N}^* - \{1\}$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.10 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και ισχύει:

$$f'(x) = -\eta\mu x, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει:

$$f'(x) = 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε η f είναι σταθερή στο Δ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει:

$$f'(x) < 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.11 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό

β) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Η f είναι κυρτή στο Δ, αν η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο εσωτερικό του Δ

γ) Έστω f μια 1-1 συνάρτηση και C, C' οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} στο ίδιο σύστημα αξόνων. Τότε οι γραφικές παραστάσεις C, C' είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

(ομογενείς)

(δ΄) **2005**

1.12 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \to \mathbb{R}$, αν $f(\alpha) < 0$ και υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(\xi) = 0$, τότε $f(\beta) > 0$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων για τις οποίες υπάρχει το όριο:

$$\lim_{x \to x_0} (f(x) + g(x))$$

τότε υπάρχουν τα όρια $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ και $\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$

γ) Αν η συνάρτηση f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο Α με την ευθεία $y = x$, τότε το σημείο Α ανήκει και στην γραφική παράσταση της f^{-1}

δ) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

ε) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ, τότε αυτή είναι ή θετική για κάθε $x \in \varDelta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \varDelta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(ημερήσια)

1.13 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ λέγεται 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\text{αν } x_1 \neq x_2, \text{ τότε } f(x_1) \neq f(x_2)$$

β) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ ολικό ελάχιστο το $f(x_0)$, αν ισχύει:

$$f(x) < f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και κοντά στο x_0 ισχύει $f(x) \leq g(x)$, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) > \lim_{x \to x_0} g(x)$$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοιχτό διάστημα (α, β), τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε:

$$f'(\xi) = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$$

(εσπερινά)

1.14 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Τα εσωτερικά σημεία ενός διαστήματος Δ, στα οποία μια συνάρτηση f δεν είναι παραγωγίσιμη ή η παράγωγός της είναι ίση με μηδέν, λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ

β) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, αν η f είναι κυρτή στο (α, x_0) και κοίλη στο (x_0, β) (ή αντιστρόφως), τότε το σημείο $M(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f

γ) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g \neq g \circ f$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.15 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = -\infty$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

γ) Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0, τότε για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$, ισχύει:

$$\lim_{x \to x_0} (\kappa f(x)) = \kappa \lim_{x \to x_0} f(x)$$

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.16 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0, τότε ισχύει:

$$\lim_{x \to x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \to x_0} f(x) \right|$$

β) $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$

γ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή Μ και μια ελάχιστη τιμή m

(ομογενείς)

(ε΄) 2006

1.17 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

β) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει:

$$(3^x)' = x \cdot 3^{x-1}$$

(ημερήσια)

1.18 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα Δ και ισχύει $f(x) \neq 0$, για κάθε $x \in \Delta$. Αν $x_0 \in \Delta$ και ισχύει $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$$

β) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(0, +\infty)$ και ισχύει:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, \text{ για κάθε } x > 0$$

δ) Αν ένα τουλάχιστον από τα όρια:

$$\lim_{x\to x_0+} f(x) \text{ ή } \lim_{x\to x_0-} f(x)$$

είναι $+\infty$ ή $-\infty$ τότε η ευθεία $x = x_0$ λέγεται κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f

ε) Έστω f, g δύο συναρτήσεις οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ. Αν ισχύει:

$$f'(x) = g'(x), \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

τότε υπάρχει σταθερά $c \in \mathbb{R}$ τέτοια, ώστε:

$$f(x) = g(x) + c, \text{ για κάθε } x \in \mathit{\Delta}$$

(εσπερινά)

1.19 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\dfrac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f(x_0)g'(x_0) - f'(x_0)g(x_0)}{g^2(x_0)}$$

β) Για κάθε $x \neq 0$, ισχύει:

$$(ln|x|)' = \frac{1}{x}$$

γ) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.20 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

β) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

(ομογενείς)

(ϛ΄) **2007**

1.21 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ, παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ και γνησίως αύξουσα στο Δ, ισχύει:

$$f'(x) > 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο } x \text{ του } \Delta$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g οι οποίες είναι συνεχείς στο x_0, η συνάρτηση $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0

γ) Αν $\alpha > 1$, τότε $\lim_{x\to-\infty} \alpha^x = 0$

(ημερήσια)

1.22 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία (παράλληλη στον άξονα $x'x$) τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο

β) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή Μ και μια ελάχιστη τιμή m

δ) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει:

$$f'(x) = -\sigma\upsilon\nu x$$

(εσπερινά)

1.23 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εικόνα $f(\mathit{\Delta})$ ενός διαστήματος Δ μέσω κάθε συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα σε ένα ανοιχτό διάστημα (α, β), τότε το σύνολο τιμών της f στο διάστημα αυτό, είναι το διάστημα (A, B), όπου:

$$A=\lim_{x\to\alpha+} f(x) \text{ και } B=\lim_{x\to\beta-} f(x)$$

γ) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f,g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x)=g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε ισχύει:

$$f(x)=g(x), \text{ για κάθε } x\in\varDelta$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.24 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f

β) Αν f,g,h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h\circ(g\circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h\circ g)\circ f$ και ισχύει:

$$h\circ(g\circ f)=(h\circ g)\circ f$$

γ) Οι πολυωνυμικές συναρτήσεις βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2, έχουν ασύμπτωτες

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.25 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sigma\upsilon\nu x-1}{x}=1$

β) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

γ) Αν οι συναρτήσεις f,g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0)\neq 0$, τότε η συνάρτηση $\dfrac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0)=\frac{f'(x_0)g(x_0)-f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$$

(ομογενείς)

(ζ′) **2008**

1.26 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύουν οι σχέσεις:

$$f^{-1}(f(x))=x, \text{ για κάθε } x\in A \text{ και}$$

$$f\left(f^{-1}(y)\right)=y, \text{ για κάθε } y\in f(A)$$

β) Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της

γ) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή στο $\mathbb{R}$, ισχύει:

$$f''(x)>0, \text{ για κάθε } x\in\mathbb{R}$$

(ημερήσια)

1.27 $\boxed{A2}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε $x\in\mathbb{R}$, ισχύει: $(\eta\mu x)'=-\sigma\upsilon\nu x$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ, τότε αυτή είναι ή θετική για κάθε $x\in\varDelta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x\in\varDelta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha,\beta]$, παραγωγίσιμη στο ανοιχτό διάστημα (α,β) και ισχύει $f(\alpha)=f(\beta)$, τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε $f'(\xi)=0$

(εσπερινά)

1.28 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1-1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες

β) Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σε ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτόμενη ευθεία της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ, βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της f, με εξαίρεση του σημείου επαφής τους

γ) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$ και ℓ ενας πραγματικός αριθμός. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{x \to x_0} (f(x) - \ell) = 0$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.29 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g οι οποίες έχουν κοινό πεδίο ορισμού το σύνολο Α, ισχύει:

$$\lim_{x \to x_0} (f(x)g(x)) = \lim_{x \to x_0} f(x) \cdot \lim_{x \to x_0} g(x)$$

β) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ ισχύει $f'(x) < 0$. Τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτόμενη ευθεία της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ, βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της f, με εξαίρεση του σημείου επαφής τους

(ομογενείς)

(η΄) 2009

1.30 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α θα λέμε ότι παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$ το $f(x_0)$ αν ισχύει:

$$f(x) \geq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

β) $\lim_{x \to 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

γ) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

(ημερήσια)

1.31 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \to 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοιχτό διάστημα (α, β), τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε:

$$f'(\xi) = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$$

(εσπερινά)

1.32 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση f είναι 1-1 αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο

β) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

γ) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \epsilon\phi x$. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σύνολο:

$$R_1 = \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$$

και ισχύει:

$$f'(x) = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}, \text{ για κάθε } x \in R_1$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.33 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι 1-1, είναι γνησίως μονότονη

β) $\lim_{x \to 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

γ) Η συνάρτηση $f(x) = ln|x|$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ και ισχύει:

$$(ln|x|)' = \frac{1}{x}, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}^*$$

(ομογενείς)

(θ') 2010

1.34 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, τότε η παράγωγος της δεν είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα σε ένα ανοιχτό διάστημα (α, β), τότε το σύνολο τιμών της f στο διάστημα αυτό, είναι το διάστημα (A, B), όπου:

$$A = \lim_{x \to \alpha +} f(x) \text{ και } B = \lim_{x \to \beta -} f(x)$$

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

δ) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

(ημερήσια)

1.35 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης f είναι το σύνολο Α των τετμημένων των σημείων της γραφικής παράστασης της f

β) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και για κάθε πραγματικό αριθμό x, ισχύει:

$$(cf(x))' = f'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathit{\Delta}$$

γ) Το σύνολο τιμών μιας συνεχούς συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ είναι το κλειστό διάστημα $[m, M]$, όπου m η ελάχιστη και M η μέγιστη τιμή της

δ) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

(εσπερινά)

1.36 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Θεωρούμε την συνάρτηση:

$$f(x) = \alpha^x, \text{ με } \alpha > 0$$

Για κάθε $\alpha > 0$, ισχύει: $f'(x) = x\alpha^{x-1}$

β) Για οποιεσδήποτε δύο συναρτήσεις f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

γ) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.37 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $x'x$, των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα

β) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) \leq \lim_{x \to x_0} g(x)$$

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\dfrac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$$

δ) Έστω $P(x)$ και $Q(x)$ δύο πολυώνυμα διάφορα του μηδενικού πολυωνύμου. Οι ρητές συναρτήσεις:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

με βαθμό του αριθμητή μεγαλύτερο τουλάχιστον κατά δύο του βαθμού του παρονομαστή, έχουν πλάγιες ασύμπτωτες

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.38 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\alpha > 1$, τότε $\lim\limits_{x\to+\infty} \alpha^x = +\infty$

β) Αν η συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε ισχύει:

$$f^{-1}(f(x)) = x, \text{ για κάθε } x \in A$$

(ομογενείς)

(ι΄) **2011**

1.39 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ λέγεται 1-1 όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\text{αν } x_1 \neq x_2, \text{ τότε } f(x_1) \neq f(x_2)$$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

γ) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\eta\mu x}{x} = 1$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

(ημερήσια και εσπερινά)

1.40 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α θα λέμε ότι παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 \in A$ το $f(x_0)$ αν ισχύει:

$$f(x) \leq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ, τότε είναι 1-1 στο διάστημα αυτό

γ) Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

δ) Κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι, παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

(ημερήσια και εσπερινά επαναληπτικές)

1.41 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h \circ (g \circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h \circ g) \circ f$ και ισχύει:

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

β) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

γ) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim\limits_{x\to-\infty} \alpha^x = 0$

(ομογενείς)

(ια΄) **2012**

1.42 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

β) Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \eta\mu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\sigma\phi x)' = \frac{1}{\eta\mu^2 x}$$

(ημερήσια)

1.43 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

β) Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

γ) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε ισχύει:

$$f(x) = g(x), \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

δ) Ένα τοπικό μέγιστο μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο

(εσπερινά)

1.44 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f

β) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim\limits_{x \to +\infty} \alpha^x = +\infty$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.45 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f

β) Για την πολυωνυμική συνάρτηση:

$$P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_0$$

ισχύει $\lim\limits_{x \to +\infty} P(x) = \alpha_0$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

δ) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β), τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.46 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim\limits_{x \to x_0} |f(x)| = +\infty$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\dfrac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$$

(ομογενείς)

(ιβ΄) 2013

1.47 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $|\eta\mu x| \leq |x|$

γ) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

δ) Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της

(ημερήσια και εσπερινά)

1.48 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη

β) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim\limits_{x \to x_0} (-f(x)) = +\infty$

γ) Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο x_0 ισχύει:

$$(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$$

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.49 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη

β) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim\limits_{x \to x_0} (-f(x)) = +\infty$

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.50 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

β) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim\limits_{x \to +\infty} \alpha^x = +\infty$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0, τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0

(ομογενείς)

(ιγ′) **2014**

1.51 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$$

β) Για κάθε συνάρτηση που παρουσιάζει ολικό μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα

γ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως φθίνουσα και παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, ισχύει:

$$f'(x) < 0, \text{ για κάθε } x \in \varDelta$$

(ημερήσια)

1.52 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$$

β) Για κάθε συνάρτηση που παρουσιάζει ολικό μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα

γ) Οι πολυωνυμικές συναρτήσεις βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2 δεν έχουν ασύμπτωτες

δ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως φθίνουσα και παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, ισχύει:

$$f'(x) < 0, \text{ για κάθε } x \in \varDelta$$

(εσπερινά)

1.53 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \lim_{x \to x_0+} f(x) = \lim_{x \to x_0-} f(x) = -\infty$$

β) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim\limits_{x \to -\infty} \alpha^x = 0$

γ) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ, αν η f είναι κυρτή στο Δ, τότε:

$$f''(x) > 0, \text{ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ}$$

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.54 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0+} f(x) = \lim_{x\to x_0-} f(x) = -\infty$$

β) Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι συναρτήσεις $f\circ g$ και $g\circ f$, τότε πάντοτε ισχύει $f\circ g = g\circ f$

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα σε ένα ανοιχτό διάστημα (α, β), τότε το σύνολο τιμών της f στο διάστημα αυτό, είναι το διάστημα (A, B), όπου:

$$A = \lim_{x\to\alpha+} f(x) \text{ και } B = \lim_{x\to\beta-} f(x)$$

δ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.55 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ, τότε είναι 1-1 στο διάστημα αυτό

β) $\lim_{x\to 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

(ομογενείς)

(ιδ΄) **2015**

1.56 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιεσδήποτε δύο συναρτήσεις f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f\circ g$ και $g\circ f$, ισχύει:

$$f\circ g = g\circ f$$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

γ) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

(ημερήσια)

1.57 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι συναρτήσεις $f\circ g$ και $g\circ f$, τότε πάντοτε ισχύει $f\circ g = g\circ f$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

γ) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

(εσπερινά)

1.58 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) \leq \lim_{x\to x_0} g(x)$$

β) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

γ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.59 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) \leq \lim_{x\to x_0} g(x)$$

β) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

γ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

δ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει $|\eta\mu x| < |x|$

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.60 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, ισχύει:

$$f \circ g = g \circ f$$

γ) Για κάθε $x \in R_2 = \mathbb{R} - \{x \mid \eta\mu x = 0\}$, ισχύει:

$$(\sigma\phi x)' = -\frac{1}{\eta\mu^2 x}$$

(ομογενείς)

(ιε΄) **2016**

1.61 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) \leq \lim_{x \to x_0} g(x)$$

β) Κάθε συνάρτηση f για την οποία ισχύει:

$$f'(x) = 0, \text{ για κάθε } x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$$

είναι σταθερή στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$

γ) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

δ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή Μ και μια ελάχιστη τιμή m

(ημερήσια)

1.62 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \to 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$

β) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) \leq \lim_{x \to x_0} g(x)$$

γ) Κάθε συνάρτηση f για την οποία ισχύει:

$$f'(x) = 0, \text{ για κάθε } x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$$

είναι σταθερή στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$

δ) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x

ε) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή Μ και μια ελάχιστη τιμή m

(εσπερινά)

1.63 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \to 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

β) Αν $f(x) = ln|x|$, για κάθε $x \neq 0$, τότε:

$$f'(x) = \frac{1}{|x|}, \text{ για κάθε } x \neq 0$$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

δ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

(ημερήσια επαναληπτικές)

1.64 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim_{x \to 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

β) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0

δ) Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη

ε) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

(εσπερινά επαναληπτικές)

1.65 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$

β) Τι πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g \circ f$ αποτελείται από όλα τα στοιχεία x του πεδίου ορισμού της f, για τα οποία το $f(x)$ ανήκει στο πεδίο ορισμού της g

γ) Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f

δ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως αύξουσα και παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, ισχύει:

$$f'(x) > 0, \text{ για κάθε } x \in \varDelta$$

(ομογενείς)

(ιϛ΄) **2017**

1.66 $\boxed{A2}$ Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

"Κάθε συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής στο x_0 είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό"

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

$\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$ και $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = +\infty$ ισχύει:

$$\lim_{x \to x_0} (f(x)g(x)) = 0$$

β) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α, Β αντίστοιχα, τότε η συνάρτηση $g \circ f$ ορίζεται αν:

$$f(A) \cap B \neq \varnothing$$

γ) Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει:

$$f'(x) \neq 0, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

δ) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim\limits_{x \to -\infty} \alpha^x = +\infty$

ε) Η εικόνα $f(\varDelta)$ ενός διαστήματος Δ, μεσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης είναι διάστημα

(ημερήσια)

1.67 $\boxed{A3}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$ και $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = +\infty$ ισχύει:

$$\lim_{x \to x_0} (f(x)g(x)) = 0$$

β) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α, Β αντίστοιχα, τότε η συνάρτηση $g \circ f$ ορίζεται αν:

$$f(A) \cap B \neq \varnothing$$

γ) Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει:

$$f'(x) \neq 0, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

δ) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

ε) Η εικόνα $f(\varDelta)$ ενός διαστήματος Δ, μεσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης είναι διάστημα

(εσπερινά)

1.68 $\boxed{A2}$ Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

"Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, αν για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$ ισχύει $f''(x_0) = 0$, τότε το x_0 είναι θέση σημείου καμπής της C_f"

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

$\boxed{A3}$ Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση:

Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \to \mathbb{R}$, αν ισχύει $f(\alpha)f(\beta) > 0$, τότε:

α) η εξίσωση $f(x) = 0$ δεν έχει λύση στο (α, β)

β) η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ακριβώς μια λύση στο (α,β)

γ) η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον δύο λύσεις στο (α,β)

δ) δεν μπορούμε να έχουμε συμπέρασμα για το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = 0$ στο (α,β)

$\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ τέτοια, ώστε $f(x_1) < f(x_2)$

β) Αν ένα σημείο $M(\alpha,\beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f, τότε το σημείο $M'(\beta,\alpha)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f^{-1}

γ) Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha,\beta] \to \mathbb{R}$, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο (α,β), αν $f(\alpha) = f(\beta)$, τότε υπάρχει ακριβώς ένα $\xi \in (\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε:

$$f'(\xi) = 0$$

(ημερήσια-εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς)

(ιζ΄) 2018

1.69 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in \mathbb{R}$, έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου

β) Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ, η οποία είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει:

$$f'(x) > 0, \text{ για κάθε } x \in \Delta$$

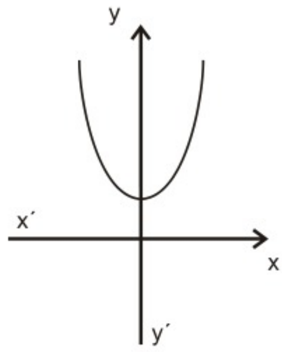
γ) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sigma\upsilon\nu x}{x} = 0$

δ) Αν η συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

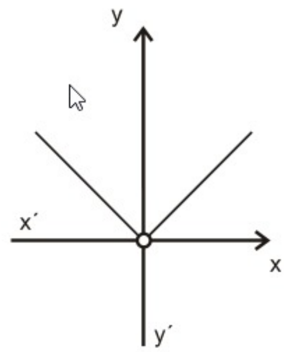
ε) Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f

(ημερήσια και εσπερινά)

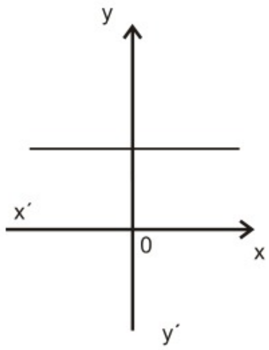
1.70 $\boxed{A3}$ Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, F, G, H, T



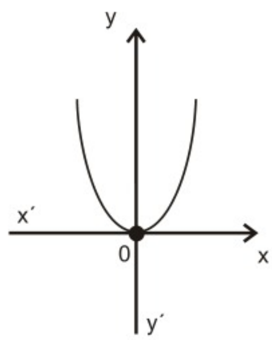
(f)



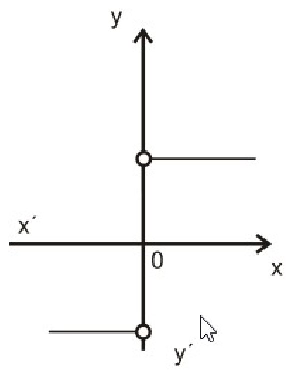
(g)



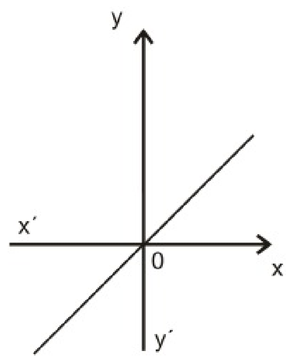
(F)



(G)



(H)



(T)

Να γράψετε στο τετράδιο σας ποια από τις συναρτήσεις F, G, H, T μπορεί να είναι η παράγωγος της συνάρτησης f και ποια της g

$\boxed{A4}$ Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

"Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει:

$$\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty \text{ και } \lim_{x\to 0} g(x) = -\infty$$

τότε $\lim_{x \to 0}(f(x)+g(x)) = 0$"

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

$\boxed{A5}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ μπορεί να τέμνει μια ασύμπτωτή της

β) Αν μια συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο

γ) Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$, τότε ορίζεται η $f \circ g$ με πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$

(ημερήσια-εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς)

(ιη΄) **2019**

1.71 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη στο σύνολο $A = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ με $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in A$, τότε η f είναι σταθερή στο Α

β) Για κάθε συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$, όταν υπάρχει το όριο της f καθώς το x τείνει στο $x_0 \in A$, τότε αυτό το όριο ισούται με την τιμή της f στο x_0

(ημερήσια)

1.72 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $x'x$, των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα

β) Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f

γ) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

δ) Μια πολυωνυμική συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της

(ημερήσια-εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς)

(ιθ΄) **2020**

1.73 $\boxed{A3}$ Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

"Για κάθε συνάρτηση f, ορισμένη, παραγωγίσιμη και γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$, ισχύει $f'(x) > 0$"

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

$\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Για κάθε $\nu \in \mathbb{N}$ ισχύει: $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^{2\nu+1}} = +\infty$

β) Αν f και g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α και Β αντίστοιχα, τότε η $g \circ f$ ορίζεται, αν $f(A) \cap B \neq \varnothing$

γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$f(x) = \sqrt{|x|}, \text{ με } x \in \mathbb{R}$$

έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$

δ) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα

ε) Δίνεται ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και ότι η γραφική της παράσταση είναι πάνω από τον άξονα $x'x$. Αν υπάρχει κάποιο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ της C_f, του οποίου η απόσταση από τον άξονα $x'x$ είναι μέγιστη (ή ελάχιστη), τότε σε αυτό το σημείο η εφαπτόμενη ευθεία της C_f είναι οριζόντια

(ημερήσια και εσπερινά-νέο σύστημα)

1.74 $\boxed{A3}$ Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

"Για κάθε συνάρτηση f με $\lim_{x\to x_0} f(x)=0$, ισχύει:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=+\infty \text{ ή } \lim_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=-\infty\text{"}$$

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

$\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x)=+\infty$, τότε $f(x)>0$, για κάθε x κοντά στο x_0

β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$, παραγωγίσιμη στο (α,β) και ισχύει $f'(x)\neq 0$ για κάθε $x\in(\alpha,\beta)$, τότε $f(\alpha)\neq f(\beta)$

γ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι παραγωγίσιμη και γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$, ισχύει $f'(x)>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

(ημερήσια και εσπερινά-παλαιό σύστημα)

1.75 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Κάθε συνάρτηση η οποία είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό

β) $\lim_{x\to-\infty} e^x=-\infty$

γ) Για κάθε συνάρτηση f, το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα, εφόσον υπάρχουν, είναι το ολικό μέγιστο της f

δ) $(ln|x|)'=-\frac{1}{x}$, για κάθε $x<0$

ε) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ

(ημερήσια, εσπερινά επαναληπτικές και ομογενείς-νέο σύστημα)

1.76 $\boxed{A4}$ Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

"Για κάθε συνάρτηση f, η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή στο $\mathbb{R}$, ισχύει $f''(x)>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α)

$\boxed{A5}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f,g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f\circ g$ και $g\circ f$, ισχύει:

$$f\circ g=g\circ f$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f,g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x\to x_0} f(x)$, $\lim_{x\to x_0} g(x)$ και ισχύει $f(x)<g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0, τότε ισχύει:

$$\lim_{x\to x_0} f(x)<\lim_{x\to x_0} g(x)$$

(ημερήσια και εσπερινά επαναληπτικές-παλαιό σύστημα)

1.77 $\boxed{A4}$ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f,g για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις $f\circ g$ και $g\circ f$, ισχύει:

$$f\circ g=g\circ f$$

β) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f,g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x\to x_0} f(x)$, $\lim_{x\to x_0} g(x)$ και ισχύει $f(x)<g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0, τότε ισχύει:

$$\lim_{x\to x_0} f(x)<\lim_{x\to x_0} g(x)$$

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha,\beta]$ μια μέγιστη τιμή Μ και μια ελάχιστη τιμή m

δ) Για κάθε $x\in\mathbb{R}-\{0\}$, ισχύει:

$$(ln|x|)'=\frac{1}{x}$$

(ομογενείς-παλαιό σύστημα)

2 του Μάρτη, 2021

επιμέλεια: **Νίκος Σκομπρής**
skobris@gmail.com