ΛΥΣΕΙΣ ΣΕ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ - ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ

①

	Γαλλ.	Όχι Γαλλ	Συν.
Αγόρια	36	74	110
Κορίτσια	50	40	90
			200

α) $P = \frac{86}{200} = 0,43$ ή 43%

β) $P = \frac{40}{200} = 0,20$ ή 20%

γ) $P = \frac{90+74}{200} = \frac{164}{200} = 0,82$ ή 82%.

② Έστω τα ενδεχόμενα: Α: Το διαγώνισμα έχει απόδοση $P(A) = 0,50$

Β: Έχει πάρκινγκ, $P(B) = 0,70$

Τα διαγωνίσματα που δεν έχουν απόδοση και πάρκινγκ:

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 0,20.$$

α) Έχει απόδοση ή πάρκινγκ = $A \cup B$

άρα $1 - P(A \cup B) = 0,20 \Rightarrow P(A \cup B) = 0,80$ ή 80%

β) Από προσθετικό νόμο, $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,50 + 0,70 - 0,80 = 0,40$$

άρα, το έχει μόνο απόδοση είναι $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,10$

γ) Ζητάμε το $P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A) =$

$$P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = 0,40$$

③ Έστω τα ενδεχόμενα: Α: Το παιδί έχει ποδήλατο, $P(A) = 0,30$

Β: Το παιδί έχει μηχανάκι, $P(B) = 0,18$ και $P(A - B) = 0,20$

$\Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0,20 \Rightarrow P(A \cap B) = 0,10.$

α) Να έχει ποδήλατο και μηχανάκι = $A \cap B$, άρα $P(A \cap B) = 0,10$

β) Να έχει μόνο μηχανάκι = $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0,08$

γ) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,30 + 0,18 - 0,10 = 0,38$

④ Δεδομένα: $P(A \cap B) = 0,10$, $P(A' \cap B') = 0,60$ $P(A - B) = 0,18$

δηλ: $P(A \cup B)' = 0,60 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) = 0,60 \Rightarrow P(A \cup B) = 0,40$

και $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow 0,18 = P(A) - 0,10 \Rightarrow P(A) = 0,28$

α) $P(A \cup B) = 0,40$ β) $P(A) = 0,28$ και

γ) $P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = 0,40 + 0,10 - 0,28 = 0,22.$

(5) α) Υπάρχουν $\underset{\text{(διατάξεις)}}{\left[\begin{matrix}6\\3\end{matrix}\right]} = \frac{6!}{3!} = 120$ τρόποι να φτιαχτεί προεδρείο.

β) Αν δεν βρίσκεται κανείς από τους δύο, τότε η τριάδα επιλέγεται μόνο από τους 4 άλλους, συνεπώς με διατάξεις των 4 ανά 3 δηλ $\frac{4!}{(4-3)!} = 2\cdot 3\cdot 4 = 24$ τρόποι. Συνεπώς, $P = \frac{24}{120} = 0,20$

γ) Αφού είναι πρόεδρος ο Πέτρος και γραμ. ο Παύλος, η θέση του τριών μπορεί να καταλαβεί από τους 4 άλλους, δηλαδή με 4 δυνατούς τρόπους, άρα $P = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$

δ) Υπάρχουν 24 τριάδες που δεν περιέχουν κανέναν από τους δύο (το β ερώτημα) και μπορούν να φτιαχτούν ακόμα $\frac{3!}{1!}\cdot\frac{4!}{3!} = 6\cdot 4 = 24$ τριάδες που περιέχουν και τους δύο, συνεπώς η ζητούμενη πιθανότητα είναι $1 - \frac{24}{120} - \frac{24}{120} = 0,60$.

(6) Υπάρχουν $\binom{9}{4} = \frac{9!}{4!\cdot 5!} = \frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 126$ συνδυασμοί για να φτιάξουμε την τετράδα.

α) Αν πρέπει να είναι και οι 4 καλές, αυτές πρέπει να επιλεγούν από τις 6 με $\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\cdot 2!} = 15$ τρόπους. Άρα $P = \frac{15}{126} = \frac{5}{42}$

β) $P(\text{για τουλαχ. καμένη}) = 1 - P(\text{καμμιά καμένη}) = 1 - \frac{5}{42} = \frac{37}{42}$

γ) Υπάρχουν $\binom{3}{1}$ τρόποι να επιλεγεί η καμένη και $\binom{6}{3}$ να επιλεγούν οι 3 υπόλοιπες από τις καλές λάμπες.

Άρα $p = \frac{\binom{3}{1}\cdot\binom{6}{3}}{126} = \frac{3\cdot 20}{126} = \frac{10}{21}$

(7) Υπάρχουν $\binom{12}{4} = \frac{12!}{4!\cdot 8!} = \frac{9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 495$ τρόποι

οχηματισμού των τετράδων.

α) Υπάρχουν $\binom{5}{2} = 10$ τρόποι να επιλέξουμε τους 2 άνδρες

και - για καθέναν από αυτούς - $\binom{7}{2} = \frac{7!}{2!\,5!} = 21$ τρόποι

να επιλεγούν οι γυναίκες, συνεπώς $P = \frac{10\cdot 21}{495} = \frac{42}{99}$

β) $P = \frac{\binom{7}{4}}{495} = \frac{35}{495} = \frac{7}{99}$ να έχει μόνο γυναίκες

γ) $P(1\text{ τουλ. άνδρας}) = 1 - P(\text{κανένας άνδρας}) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99}$

δ) $P = \frac{\binom{2}{2}\cdot\binom{10}{2}}{495} = \frac{45}{495} = \frac{1}{11}$

ε) $P(\text{μία τουλάχιστον από Άννα - Βούλα}) = 1 - P(\text{καμιά από τους δύο})$

$= 1 - \frac{\binom{10}{4}}{495} = 1 - \frac{210}{495} = \frac{57}{99}$.

(8) Οι διατάξεις των 7 αντικειμένων σε 6 θέσεις μπορούν να γίνουν με $\frac{7!}{1!} = 7! = 5040$ τρόπους.

α) Αν Άννα - Βίλμα καθίσουν στις θέσεις 1-2, αυτό γίνεται με 2! ενώ τα υπόλοιπα 5 παιδιά μπορούν να καθίσουν στις 4 κενές θέσεις με $\frac{5!}{1!} = 5! = 120$ τρόπους. Άρα $P = \frac{2!\,5!}{7!} = \frac{1}{21}$

β) Υπάρχουν 6! τρόποι να καθίσουν τα 6 παιδιά στις γειτονικές θέσεις, άρα $P = \frac{6!}{7!} = \frac{1}{7}$

γ) Υπάρχουν οι θέσεις (1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6) και αντίστροφα, δηλαδή 10 τρόποι να συμβεί αυτό. Για κάθε έναν τους, υπάρχουν $\frac{5!}{1!} = 5!$ τρόποι να καθίσουν οι υπόλοιποι, άρα

$$P = \frac{10\cdot 5!}{7!} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21}$$