$2^{ο}$ ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστό» ή «Λάθος» τους παρακάτω ισχυρισμούς:

α. Αν $\vec{\alpha}//\vec{\beta}$, υπάρχει $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε $\vec{\beta} = \kappa \cdot \vec{\alpha}$.

β. Αν $|\vec{\alpha} - \kappa\vec{\beta}| = 0$, τότε $\vec{\alpha}//\vec{\beta}$

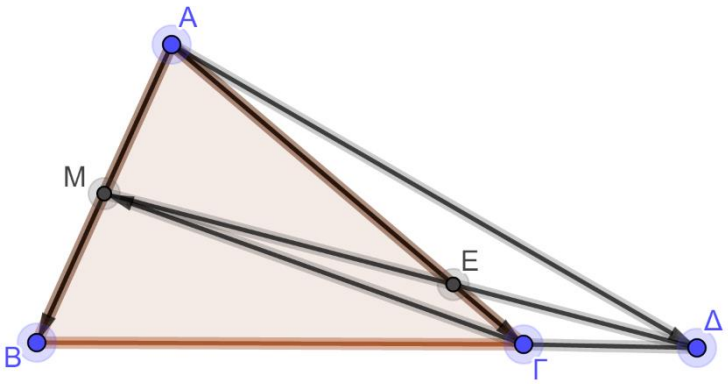
γ. Αν $|\vec{\alpha}| \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha}$, με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$, τότε το $|\vec{\beta}| = 1$. (25 μονάδες)

δ. Αν $\vec{\alpha} = -2\vec{\beta}$, τότε η γωνία των δύο διανυσμάτων είναι 180°.

ε. Αν ισχύει ότι $\overrightarrow{KA} - \overrightarrow{KB} = 3\overrightarrow{B\Delta}$, τότε τα σημεία Α,Β και Κ είναι συνευθειακά.

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και ονομάζουμε $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$. Παίρνουμε ένα σημείο Δ πάνω στην προέκταση του ΒΓ προς το μέρος του Γ, τέτοιο ώστε $\frac{B\Delta}{\Gamma\Delta} = \frac{7}{2}$, ονομάζουμε Μ το μέσον του ΑΒ και παίρνουμε ένα σημείο Ε πάνω στην πλευρά ΑΓ ώστε τα σημεία Μ, Ε και Δ να είναι συνευθειακά.



α. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{B\Gamma}$, $\overrightarrow{B\Delta}$ $\overrightarrow{\Gamma M}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ ως συνάρτηση των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **(40 μονάδες)**

β. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{7\vec{\beta} - 2\vec{\alpha}}{5}$ **(15 μονάδες)**

γ. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x και y ώστε $\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{E\Delta} = y\overrightarrow{M\Delta}$. **(20 μονάδες)**

(Θεωρήστε γνωστό ότι αν $\vec{\alpha} \not\parallel \vec{\beta}$ και ισχύει $\kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta} = \vec{0}$, τότε $\kappa = \lambda = 0$.)

2ο ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστό» ή «Λάθος» τους παρακάτω ισχυρισμούς:

α. Αν υπάρχει $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε $\vec{\beta} = \kappa \cdot \vec{\alpha}$,τότε $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$.

β. Αν $|\lambda\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = 0$, τότε $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$

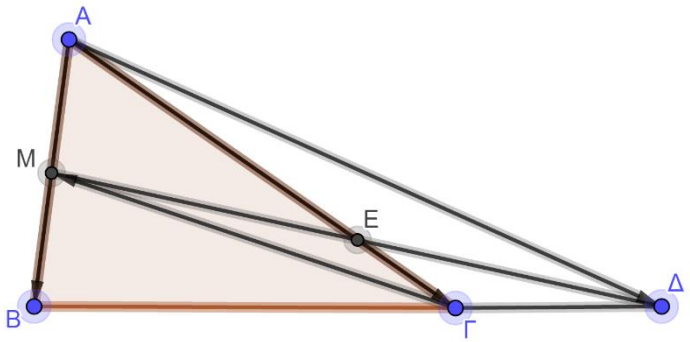
γ. Αν $\vec{\beta} = |\vec{\beta}|\vec{\alpha}$, με $\vec{\beta} \neq \vec{0}$, τότε το $|\vec{\alpha}| = 1$. (25 μονάδες)

δ. Αν $\vec{\alpha} = 3\vec{\beta}$, τότε η γωνία των δύο διανυσμάτων είναι 180°.

ε. Αν ισχύει ότι $\overrightarrow{\Lambda A} - \overrightarrow{\Lambda B} = 3\overrightarrow{BE}$, τότε τα σημεία Α,Β και Λ είναι συνευθειακά.

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και ονομάζουμε $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$. Παίρνουμε ένα σημείο Δ πάνω στην προέκταση του ΒΓ προς το μέρος του Γ, τέτοιο ώστε $\frac{B\Delta}{\Gamma\Delta} = \frac{8}{3}$, ονομάζουμε Μ το μέσον του ΑΒ και παίρνουμε ένα σημείο Ε πάνω στην πλευρά ΑΓ ώστε τα σημεία Μ, Ε και Δ να είναι συνευθειακά.



α. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{B\Gamma}$, $\overrightarrow{B\Delta}$, $\overrightarrow{\Gamma M}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ ως συνάρτηση των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **(40 μονάδες)**

β. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{8\vec{\beta} - 3\vec{\alpha}}{5}$ **(15 μονάδες)**

γ. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x και y ώστε $\overrightarrow{EA} = x\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{E\Delta} = y\overrightarrow{M\Delta}$. **(20 μονάδες)**

(Θεωρήστε γνωστό ότι αν $\vec{\alpha} \not\parallel \vec{\beta}$ και ισχύει $\kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta} = \vec{0}$, τότε $\kappa = \lambda = 0$.)