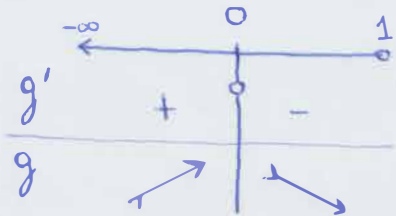


$$\Delta_1 \quad e^x \leq \frac{1}{1-x} \quad \Leftrightarrow^{x < 1} \quad e^x (1-x) - 1 \leq 0.$$

Θεωρώ την $g(x) = e^x (1-x) - 1$, $A_g = (-\infty, -1)$.

Ισχύει ότι $g(0) = 0$ και $g'(x) = -x \cdot e^x$



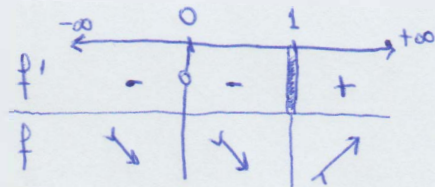
Άρα η g εμφανίζει μέγιστο για $x=0$ το $g(0) = 0$.

$$\text{Άρα } g(x) \leq 0 \Rightarrow e^x \leq \frac{1}{1-x}$$

$$\Delta_2 \quad \text{Η } f \text{ γράφεται: } f(x) = \begin{cases} e^x + \ln(1-x), & x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ e^x + \ln(x-1), & x > 1. \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} [e^x + \ln(1-x)] = -\infty$, άρα στο $x_0 = 1$, η f δεν είναι ούτε συνεχής ούτε παραγωγίσιμη.

$$f'(x) = \begin{cases} e^x - \frac{1}{1-x}, & x < 1 \\ e^x + \frac{1}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$



Η f δεν είναι συνεχής στο 1 , άρα ~~δεν~~ παρουσιάζει ακρότατο. $f(1) = 1$

Για το σύνολο τιμών της: $\left. \begin{array}{l} \text{Αν } x \in (-\infty, 1) \Rightarrow f(x) \in (-\infty, +\infty) \\ \text{Αν } x \in (1, +\infty) \Rightarrow f(x) \in (-\infty, +\infty) \end{array} \right\} \Rightarrow f(A) = \mathbb{R}$

Δ_3 Με βάση το σύνολο τιμών της f , η $f(x) = -2020$ έχει 2 ακριβώς

ρίζες $p_1 < 1 < p_2$, ενώ η $f(x) = 1$ έχει 3 ακριβώς ρίζες:

Την $x_0 = 1$ και $x_1 < 1 < x_2$, σύμφωνα με το ΘΕΤ, και τη μονοτονία της f .