**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ 1 - 1920**

**ΘΕΜΑ Α  
Α1.** Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών. **(7 μονάδες)**  
**Α2.** Μια συνάρτηση 1-1 είναι απαραίτητα και γνήσια μονότονη; **(1 μονάδα)** Να δικαιολογήσετε τον ισχυρισμό σας **(2 μονάδες)  
Α3.** Να αποδείξετε ότι μια γνήσια φθίνουσα στο R και με σύνολο τιμών το R συνάρτηση, έχει αντίστροφη με το ίδιο είδος μονοτονίας. **(5 μονάδες)**  
**Α4.** Να χαρακτηρίσετε σωστό ή λάθος τους παρακάτω ισχυρισμούς:  
α. Μια συνεχής σε ένα διάστημα Δ συνάρτηση παίρνει μέγιστη και ελάχιστη τιμή.  
β. Αν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g ταυτίζονται, τότε κι η σύνθεσή τους έχει το ίδιο πεδίο ορισμού με αυτές.  
γ. Αν η συνάρτηση f έχει σύνολο τιμών το R, τότε η εξίσωση f(x)=2020 έχει πάντοτε μια τουλάχιστον λύση.  
δ. Αν για μια συνάρτηση ορισμένη στο R, ισχύει ότι τότε η συνάρτηση έχει μέγιστη τιμή το Μ.  
ε. Αν ισχύει ότι κοντά σε μια τιμή α, και υπάρχουν τα όρια των δύο συναρτήσεων όταν το χ τείνει στο α, τότε ισχύει  **(10 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Β**

Με βάση την παρακάτω γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το R, να βρείτε:

**Β1.** Το σύνολο τιμών, τα ακρότατα και τα σημεία ασυνέχειας (με δικαιολόγηση), αν υπάρχουν , της συνάρτησης.  
**(4 μονάδες)**

**Β2.** Τα όρια:  
  
**(6 μονάδες)**

**Β3.** Αν η συνάρτηση έχει τύπο   
, να βρείτε την αντίστροφή της.  
**(8 μονάδες)**

**Β4.** Να προσδιορίσετε τις τιμές του πραγματικού αριθμού α για τις οποίες η συνάρτηση έχει δύο ακριβώς ρίζες. **(2 μονάδες)**

**B5.** , να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και να λύσετε την εξίσωση : . **(5 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:   
**Γ1.** Να βρείτε το σύνολο τιμών της και να δικαιολογήσετε ότι η εξίσωση , έχει ακριβώς μια λύση για κάθε    
**(7 μονάδες)**  
**Γ2.** Να αποδείξετε ότι:   
**(6 μονάδες)  
Γ3.** Να υπολογίσετε τα όρια: **(5 μονάδες)**

**Γ4.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση:   
είναι αδύνατη στο διάστημα  **(7 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Δ**Δίνεται η συνεχής στο R συνάρτηση f για την οποία γνωρίζουμε ότι:   
  
**Δ1.** Να βρείτε το f(0) **(2 μονάδες)** και να αποδείξετε ότι: **(6 μονάδες)**  
**Δ2.** Να υπολογίσετε το όριο:  **(5 μονάδες)  
Δ3.Α.** Να αποδείξετε ότι η f είναι γνήσια φθίνουσα στο διάστημα  **(3 μονάδες)**  
 **B.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει μία ακριβώς ρίζα στο **(5 μονάδες)  
Δ4.** Να δικαιολογήσετε ότι η εξίσωση:  είναι αδύνατη στο  **(4 μονάδες)**