Βασικοί κανόνες πρόσθεσης και πολ/σμού ρητών αριθμών (7.1-και 7.6)

Ομόσημοι: Οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο.

Ετερόσημοι: Οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

Απόλυτη τιμή ενός αριθμού, ονομάζουμε την απόστασή του στον άξονα από το μηδέν. Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού, είναι πάντα θετικός αριθμός με εξαίρεση το |0|=0.

Για να προσθέσω δύο *ομόσημους* αριθμούς, προσθέτω τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα κρατάω το ίδιο πρόσημο με τους αριθμούς.

$5+7=12,\ (-3)+(-2)=-5,\ (-4)+(-3)=-7,\ 8+5=13$

Για να προσθέσω δύο *ετερόσημους* αριθμούς, **αφαιρώ τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα κρατάω το πρόσημο εκείνου που είχε τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.**

$7+(-5)=2,\ \ 8+(-11)=-3,\ \ (-7)+4=-3,\ \ -6+10=4,\ \ -9+6=-3$

Σειρά σας τώρα:

$(-7)+(-3)=$	$(-6)+(+5)=$	$(+7)+(+4)=$	$-5+12=$
$7+(-9)=$	$10+(-12)=$	$8+(-4)=$	$-10+9=$
$-5+(-3)=$	$-8+(-4)=$	$5+(+11)=$	$-2+(-4)=$

Αφαίρεση είναι η πρόσθεση του αντίθετου, δηλαδή, αν έχουμε να κάνουμε την πράξη α-β, τη μετατρέπουμε σε πρόσθεση: α+(-β).

Δείτε τα παρακάτω παραδείγματα:

$(-7)-(-3)=(-7)+(+3)=-4$ $\qquad$ $(-6)-(+5)=(-6)+(-5)=-11$

$10-(-12)=10+(+12)=22$ $\qquad$ $8-(-4)=8+(+4)=12$

$-8-(+3)=-8+(-3)=-11$ $\qquad$ $-10-(-4)=-10+(+4)=-6$

Σειρά σας και πάλι:

$(-5)-(-4)=$ $\qquad$ $(-9)-(+7)=$

$9-(-11)=$ $\qquad$ $12-(-7)=$

$-10-(+6)=$ $\qquad$ $-11-(-7)=$

Προσπαθήστε και με τις παρακάτω συνδυάζοντας κατάλληλα όσα ξέρετε:

$-7+(-4)+5+(-8)=$ $\qquad$ $5+(-9)+(-4)+11=$

$-6-(+7)-(-8)+(-4)=$ $\qquad$ $9-(-6)-(+10)-(+1)=$

Απαλοιφή παρενθέσεων: Για να βγάλουμε μια παρένθεση, αν έχει μπροστά της θετικό πρόσημο, την παραλείπουμε μαζί με το πρόσημο και γράφουμε όλους τους αριθμούς που είχε μέσα με ό,τι πρόσημο είχαν. Δείτε:

(5-3-2)+(-4+1)+(5-8+3)=5-3-2-4+1+5-8+3

$(-5+1)+(-1-2)+(4-3)+(-2+1)=-5+1-1-2+4-3-2+1$

Αν το πρόσημο μπροστά από την παρένθεση είναι (-), τότε παραλείπουμε το πρόσημο και την παρένθεση και γράφουμε ό,τι υπήρχε μέσα με αλλαγμένο πρόσημο. Δείτε:

-(3-7)-(-4+3)-(8+7)-(-3-2)=-3+7+4-3-8-7+3+2

Παρατηρήστε τώρα πως εφαρμόζονται οι παραπάνω κανόνες αν στις παρενθέσεις υπάρχουν γράμματα:

$$(\alpha-\beta)-(\gamma-\alpha)+(\beta-\alpha)-(-\alpha+\beta)=\alpha-\beta-\gamma+\alpha+\beta-\alpha+\alpha-\beta$$

$$-(\alpha-\beta)-(-\gamma+\beta)+(\gamma-\alpha)-(\alpha+\beta)=-\alpha+\beta+\gamma-\beta+\gamma-\alpha-\alpha-\beta$$

- Αν έχουμε άθροισμα ή διαφορά πολλών όρων, προτιμούμε να χωρίσουμε θετικούς από αρνητικούς και να κάνουμε τις πράξεις μεταξύ τους, για παράδειγμα:
  $-5+7+3-11-2-4+6+9-8=$
  $(7+3+6+9)-(5+11+2+8)=25-(+26)=25-26=-1$

***Πολλαπλασιασμός (διαίρεση) ομόσημων*: Πολ/ζουμε (ή διαιρούμε) τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε θετικό πρόσημο στο αποτέλεσμα.**

$-3\cdot(-4)=12,\quad (-2)\cdot(-7)=14,\quad (+4)\cdot(+5)=20,\quad (-20):(-4)=5$

***Πολλαπλασιασμός (διαίρεση) ετερόσημων*: Πολ/ζουμε (ή διαιρούμε) τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε αρνητικό πρόσημο στο αποτέλεσμα.**

$-3\cdot 7=-21,\quad 7\cdot(-4)=-28,\quad -12:(+4)=-3,\quad -20:(+5)=-4$

Ιδιότητες πράξεων σε πρόσθεση και πολλαπλασιασμό:

$\alpha+\beta=\beta+\alpha \qquad \alpha\cdot\beta=\beta\cdot\alpha$ (αντιμεταθετική)

$\alpha+(\beta+\gamma)=(\alpha+\beta)+\gamma \qquad \alpha\cdot(\beta\cdot\gamma)=(\alpha\cdot\beta)\cdot\gamma$ (προσεταιριστική)

$\alpha+0=\alpha \qquad \alpha\cdot 1=\alpha$ (ουδέτερο στοιχείο)

$\alpha+(-\alpha)=0$ (αντίθετος) $\qquad \alpha\cdot\frac{1}{\alpha}=1$ (αντίστροφος αριθμός)

Επιμεριστική ιδιότητα:

$\alpha\cdot(\beta+\gamma)=\alpha\beta+\alpha\gamma$ *και* $\alpha\cdot(\beta-\gamma)=\alpha\beta-\alpha\gamma$

Γινόμενο πολλών παραγόντων: Αν το πλήθος των αρνητικών είναι άρτιος (ζυγός) αριθμός, το αποτέλεσμα έχει θετικό πρόσημο, ενώ αν το πλήθος των αρνητικών είναι περιττός (μονός) το αποτέλεσμα έχει αρνητικό πρόσημο.

- Δεν επιτρέπεται η διαίρεση με το μηδέν, αλλά $\alpha\cdot 0=0$.
- **Αντίθετοι:** Δύο αριθμοί με άθροισμα 0, **Αντίστροφοι:** Δύο αριθμοί με γινόμενο 1.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΩΝ

Γράψτε το αποτέλεσμα:

-3+5= 2-7= -4-3= 2+8= -6-4= -5-7=

2+6= 3-9= -2+8= -1-3= 7-10= 8-9=

-3-4= 5+1= -6-2= -3+9= -4+7= -5-3=

(-3)(-2)= (+5)(-2)= (-7)(-4)= (+5)(-4)=

(+4)(-6)= (-3)(-8)= (+6)(+3)= (-8)(+5)=

(-8):(-4)= (+12):(-6)= (+20):(-4)= (-9):(-3)=

(+16):(-8)= (+10):(+2)= (-12):(+4)= (-16):(-8)=

Βγάλτε τις παρενθέσεις και διώξτε τους αντίθετους:

(α-β)-(γ-α)-(-β+γ)=

-(χ-ψ)+(ψ-ζ)-(χ+ζ)=

α-(β+γ)+(-β+α)-(γ-β)=

(-χ+ψ)-(ζ-ω)+(ω-χ)-(-ζ-χ)=

Κάνετε πρώτα τους πολ/σμούς και τις διαιρέσεις, στη συνέχεια προσθέσεις και αφαιρέσεις:

$(-8):(-2)-3\cdot(-4)=$

$-4:2-3\cdot(-4)=$

$-12:4-2\cdot(-3)=$

$15:(-5)+2\cdot 4=$

$4\cdot(-5)+(-6):(+2)=$

$-6:(-3)-4:(-2)=$

$20:(-5)+(-8):2=$

$-3\cdot(+4)-8:4=$

Εκτελέστε (ξέρετε εσείς…) τις παρακάτω πράξεις:

$\frac{2}{3}-\frac{4}{5}=$ $-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=$ $-\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=$ $\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=$

$\frac{2}{5}-2=$ $1-\frac{3}{4}=$ $-1-\frac{1}{2}=$ $-\frac{4}{3}+2=$

$-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=$ $-\frac{3}{5}:\left(-\frac{4}{5}\right)=$ $\frac{2}{3}:\left(-\frac{1}{4}\right)=$ $-\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{10}=$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΠΡΑΞΕΙΣ

Α. Βγάζετε παρενθέσεις, κάνετε πράξεις, τσεκάρετε το αποτέλεσμα και επαναλαμβάνετε αν δεν είναι το σωστό !

1. $(-2-3)-(4-5)+(-1+6)-(-9+8)=$ Απ: 2 2. $-(9-6)+(-1-2)-(3+4)+(5-6)=$ Απ: -14

3. $-(4-8)+(-3-7)-(-1+6)+(-2+5)=$ Απ: -8 4. $(-5+9)+(6-4)-(3-2)+(-1-8)=$ Απ: -4

5. $-[-(1-3)+(2-4)]+[(-7+9)-(6-8)]=$ Απ: 4 6. $[-(3-9)+(-4-1)]-[5-(6-7)]=$ Απ: -5

7. $(-2)\cdot(-3+5)-(-8:2)\cdot(4-6)=$ Απ: -12 8. $(-7-2):(-1+4)-(9-5):(5-3)=$ Απ: -5

9. $[6:(-3)]-[-8:(-4)]+(-1-2)\cdot(8-9)=$ Απ: -1 10. $-8:[-4+3\cdot 2]-[(-5-4):(4-1)]=$ Απ: -1

Β. Ό,τι και για την Α, αλλά με κλάσματα !

1. $\left(\frac{1}{2}-1\right)-\left(2-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)=$ Απ: $-\frac{31}{12}$ 2. $-\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)-\left(-1+\frac{2}{3}\right)=$ Απ: $-\frac{3}{4}$

3. $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}\right):\left(\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)=$ Απ: $-\frac{3}{5}$ 4. $\left(1-\frac{5}{3}\right)\cdot\left(-2-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{7}{3}\right):\left(\frac{7}{5}\right)=$ Απ: $\frac{10}{3}$

Γ. Συνδυάζουμε τα προηγούμενα και κάνουμε το ίδιο.

1. $\left(-3+7\right):(-1-1)\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right)-\left(1+\frac{1}{2}\right):\left(-1-\frac{1}{3}\right)=$ Απ: $\frac{11}{24}$

2. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):\frac{-5}{-4-2}-\left(2-\frac{7}{3}\right):\left(\frac{1+3}{3}-1\right)-\left(-1-\frac{4}{5}\right)=$ Απ: 3

3. $\left(\frac{-2}{3}-\frac{1}{-4}+\frac{5}{-6}\right):\left(1+\frac{1}{4}\right)-\left(-9:3\right)-\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot(-1-5)=$ Απ: 0

4. $\left[-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\right]-\left[2-\left(-\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{3}{5}\right)\right]-\left[-2\cdot\left(\frac{1}{3}-1\right)+\frac{2}{3}\right]=$ Απ: $-\frac{35}{12}$

Δ. Πρώτα βγάλτε τις παρενθέσεις και μετά αντικαταστήστε με γράμματα:

1. $(\alpha-\beta)-(\gamma+\alpha-\beta)+(-\alpha+\gamma-\beta)=$ αν $\alpha=-3, \beta=5.$ Απ: -2
2. $\alpha-\left(\gamma+\beta\right)-\left(\alpha-\gamma\right)+\beta-(\alpha+\beta)=$ αν $\alpha=-1, \beta=-2$ Απ: 3
3. $-(\alpha-\beta+\gamma)+(\beta-\gamma)-(\gamma-\alpha)=$ αν $\beta=3, \gamma=2$ Απ: 0