**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΕΠ2-1819**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Να αποδείξετε ότι αν για μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ ισχύει ότι f΄(x)=0 για κάθε x εσωτερικό σημείο του διαστήματος Δ, τότε η συνάρτηση f είναι σταθερή. **(9 μονάδες)**  
**Α2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα Fermat και να δώσετε τη γεωμετρική του ερμηνεία. **(2 μονάδες)**  
**Α3.** Δίνεται ο ακόλουθος ισχυρισμός: «Μια συνάρτηση ορισμένη και παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, η οποία είναι 1-1, δεν μπορεί να έχει οριζόντια εφαπτόμενη σε οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο του Δ»  
i. Να χαρακτηρίσετε ως Ψευδή ή Αληθή τον ισχυρισμό.  
ii. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας στο (i). **(1+3 μονάδες)**

**Α4.** Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστό» ή «Λάθος» κάθε ένα από τους παρακάτω ισχυρισμούς:  
1. Αν για την ορισμένη στο Α συνάρτηση f ισχύει ότι: και τότε f(xo)>0   
2. Η εφαπτομένη μιας συνάρτησης f σε σημείο καμπής της , «διαπερνά» τη γραφική της παράσταση.  
3. Αν η f είναι συνεχής στο [α, β] και ισχύει ότι , τότε το εμβαδόν ανάμεσα στη γραφική της παράσταση, τον χχ΄ και τις ευθείες χ=α , χ=β , ισούται με 1 τ.μ. .  
4. Αν η συνάρτηση f είναι γνήσια φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ, τότε και η αντίστροφή της f-1 είναι επίσης γνήσια φθίνουσα στο ίδιο διάστημα Δ.  
5. Αν ισχύει ότι και f, g παραγωγίσιμες , τότε και .  
**(10 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f(x) η οποία έχει ασύμπτωτη στο 0 τον άξονα yy΄. Με τη βοήθεια της γραφικής της, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:  
**Β1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της.  
**(2 μονάδες)  
Β2.** i. Να βρείτε – αν υπάρχουν – τα σημεία ασυνέχειας της συνάρτησης , καθώς και τα σημεία στα οποία δεν είναι παραγωγίσιμη, δικαιολογώντας τον ισχυρισμό σας.  
ii. Να ελέγξετε αν η συνάρτηση f έχει σημεία καμπής και να δικαιολογήσετε τον ισχυρισμό σας. **(3+3 μονάδες)**

**Β3.** Να βρείτε – αν υπάρχουν – τα παρακάτω όρια:  
 **(6 μονάδες)**

**B4.** Αν επιπλέον ισχύει ότι και η f΄ είναι συνεχής στο -1, να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της συνάρτησης f στο xo=-1. **(4 μονάδες)  
Β5.** Δίνεται επιπλέον η συνάρτηση g(x) με τύπο Αν γνωρίζετε ότι τότε:  
i. Να βρείτε τον τύπο της f(x) ,για x<0 .  
ii. Na βρείτε το εμβαδόν μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , του άξονα χχ΄ και των ευθειών x=-e-1 , x=-1. **(3+4 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Γ**Δίνεται η συνάρτηση με τύπο   
**Γ1.** Να βρείτε τη μονοτονία , τα ακρότατα , το σύνολο τιμών καθώς και την κυρτότητα της συνάρτησης.   
**(7 μονάδες)**  
**Γ2.** Να λύσετε την εξίσωση:  **(6 μονάδες)**  
**Γ3.** Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων στα οποία αν φέρουμε εφαπτόμενες στην συνάρτηση f , αυτές θα διέρχονται από το σημείο Ο(0,0). **(6 μονάδες)**  
**Γ4.** Να αποδείξετε ότι:  **(6 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Δ**Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:   
**Δ1.** Να δείξετε ότι αντιστρέφεται, να βρείτε το σύνολο τιμών της και την αντίστροφή της.   
**(1+1+4 μονάδες)**  
  
**Έστω ότι η αντίστροφη της έχει τύπο:   
Δ2.** Να αποδείξετε ότι οι συναρτήσεις f και f-1 έχουν κοινή εφαπτομένη στο σημείο τους (0,0) την οποία και να βρείτε και στη συνέχεια ότι  **(2+6 μονάδες)**  
**Δ3.** i. Να λύσετε την εξίσωση   
ii. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των f-1 , y=x και την ευθεία με εξίσωση. **(2+5 μονάδες)**

**Δ4.** Να λύσετε την εξίσωση:  **(4 μονάδες)**