**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΕΠ5 – 1819**

**ΘΕΜΑ Α  
Α1.** Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το θεώρημα Fermat **(Μονάδες 10)**  
**Α2.** Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά. **(Μονάδες 2+3)**  
**Α3.** Ισχυρισμός: «Μια παραγωγίσιμη συνάρτηση σε ένα σύνολο Α , για την οποία ισχύει ότι f΄(x)=0 για κάθε x από το σύνολο Α, είναι σταθερή στο Α» .  
Να χαρακτηρίσετε ως αληθή ή ψευδή τον παραπάνω ισχυρισμό και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 1+3)**

**Α4.** Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστό» ή «λάθος» τους παρακάτω ισχυρισμούς:  
1. Μια συνάρτηση παραγωγίσιμη και γνήσια αύξουσα στο R, δεν έχει κρίσιμα σημεία  
2. Αν η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης σε διάστημα Δ συνάρτησης f δέχεται σε εσωτερικό σημείο του Δ οριζόντια εφαπτομένη , τότε παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο εκείνο.  
3. Ισχύει η σχέση:  **(Μονάδες 6)**

**ΘΕΜΑ Β**Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου f΄ μιας συνεχούς στο (-3, 6] συνάρτησης, για την οποία επιπλέον ισχύει f(-1)=0. **Β1.** Να αποδείξετε ότι:  **(Μονάδες 7)**  
**Β2.** Υπάρχουν σημεία στα οποία η f΄ είναι ασυνεχής; Εξηγήστε τον ισχυρισμό σας. **(Μονάδες 4)**  
**Β3.** Να βρείτε την μονοτονία, τα ακρότατα και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f. **(Μονάδες 8)**  
**Β4.** Να υπολογίσετε τα όρια:  **(Μονάδες 6)**



**ΘΕΜΑ Γ**Στο σχήμα που βλέπετε, η ακτίνα r του μικρού κυκλικού δίσκου μεγαλώνει με ρυθμό 2cm/sec , ενώ η ακτίνα R του μεγάλου κυκλικού δίσκου μεγαλώνει επίσης με ρυθμό 1cm/sec. Τη χρονική στιγμή t=0, η ακτίνα του μικρού δίσκου ήταν 1m ενώ εκείνη του μεγάλου ήταν 3m. Η διαδικασία διαρκεί μέχρι τη στιγμή που οι δύο δίσκοι αποκτούν ίσες ακτίνες.  
**Γ1.** Nα βρείτε πόσο διαρκεί η διαδικασία και να δείξετε ότι ο τύπος που δίνει το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου ανάμεσα στους δύο δίσκους δίνεται από τη σχέση:    
**(Μονάδες 8)**  
**Γ2.** Να βρείτε σε ποια χρονική στιγμή το εμβαδόν του δακτυλίου γίνεται μέγιστο και να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού αυτού μειώνεται συνεχώς. **(Μονάδες 4+3)  
Γ3.** Να δείξετε ότι υπάρχουν δύο ακριβώς χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το εμβαδόν του δακτυλίου γίνεται ίσο με 81000π cm2 , ενώ υπάρχει ακριβώς μία χρονική στιγμή κατά την οποία το εμβαδόν του δακτυλίου ισούται με 66666π cm2. **(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο   
**Δ1.** Να βρείτε τη μονοτονία, τα ακρότατα και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f **(Μονάδες 5+1+4)  
Δ2.** Έστω g(x) η συνάρτηση με τύπο . Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και – αν υπάρχουν – τα σημεία τομής της με τον xx΄ . **(Μονάδες 5)**  
**Δ3.** Να αποδείξετε ότι η f΄ είναι γνήσια φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της. **(Μονάδες 3)  
Δ4.** Να λύσετε την ανίσωση:  **(Μονάδες 7)**