

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

A. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

1. $2(x-1) - 3(2-x) = 5(x+3)$ 2. $4x - 2(x-3) = 6 + 2x$ 3. $2x + 3(4-x) = x - 5(x+1)$

4. $\frac{2x-1}{2} - \frac{3(1+x)}{4} = 1 - x - \frac{x+2}{2}$ 5. $\frac{3(2-x)}{2} - \frac{x-4}{6} = \frac{2-3x}{3} - 2x$

6. $\frac{x-1}{3} - x = 1 - \frac{x+1}{6}$ 7. $1 - \frac{4(2-x)}{3} - \frac{2x-1}{4} = \frac{2}{3}x - \frac{1-3x}{2}$

8. $\frac{3}{4}x - \frac{2}{3}(x-1) = \frac{1}{2}(2-3x) + \frac{x-2}{4}$ 9. $\frac{3(1-x)}{2} - 2(x-1) = \frac{1}{4}(1-x) - \frac{x-2}{8}$

(Απαντήσεις: 1. Αδύνατη 2. Ταυτότητα

3. $x = -\frac{17}{3}$ 4. $x = \frac{5}{7}$ 5. $x = -\frac{9}{4}$ 6. $x = -\frac{7}{3}$ 7. $x = -\frac{11}{16}$ 8. $x = -\frac{1}{8}$ 9. $x = \frac{24}{25}$)

B. Σε ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 4cm, να υπολογίσετε:

1. Το ύψος του.
2. Το εμβαδόν του.
3. Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου με διπλάσιο ύψος από εκείνο του τριγώνου και βάση 8 cm.

(Απαντήσεις: 1. $h = 2\sqrt{3}$ cm 2. $E = 4\sqrt{3}$ cm² 3. $E = 32\sqrt{3}$ cm²)

Γ. Οι διαστάσεις ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι ΑΒ=8cm και ΒΓ=6cm, ενώ η γωνία Β=60°. Να υπολογίσετε:

1. Το ύψος του ΓΖ.
2. Το εμβαδόν του ΑΒΓΔ.
3. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΒ.

(Απαντήσεις: 1. $\Gamma Z = h = 3\sqrt{3}$ cm 2. $E(ΑΒΓΔ) = 24\sqrt{3}$ cm² 3. $E(ΑΒΔ) = 12\sqrt{3}$ cm²)

Δ. Σε ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ, οι γωνίες που πρόσκεινται στη βάση ΓΔ είναι ίσες με 60° (η κάθε μία από αυτές). Φέρνουμε τα ύψη ΑΖ και ΒΕ. Αν γνωρίζετε ότι $AZ = BE = 4\sqrt{3}$ cm και $AB = 10$ cm, να υπολογίσετε:

1. Την πλευρά ΑΔ.
2. Την βάση ΓΔ.
3. Το εμβαδόν του τραπέζιου ΑΒΓΔ.
4. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(Απαντήσεις: 1. $AΔ = 8$ cm 2. $\GammaΔ = 18$ cm 3. $E(ΑΒΓΔ) = 56\sqrt{3}$ cm² 4. $E(ΑΒΓ) = 20\sqrt{3}$ cm²)

Ε. Σε τρίγωνο ΑΒΓ γνωρίζουμε ότι $B = 60^\circ$, $\Gamma = 45^\circ$. Φέρνουμε το ύψος ΑΔ και δίνεται ότι $BΔ = 3$ cm. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου και το εμβαδόν του.

(Απαντήσεις: $AB = 6$ cm, $B\Gamma = 3 + 3\sqrt{3}$ cm, $A\Gamma = 3\sqrt{6}$ cm, $E = \frac{9\sqrt{3} + 27}{2}$ cm²)

Ζ. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = x+2$, $A\Gamma = 2x$ και $B\Gamma = 3x-2$, όπου το x είναι η λύση της εξίσωσης :

$$\frac{3x-4}{2} + x = \frac{x-1}{3} + 7$$

1. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου.
2. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

3. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της μικρότερης από τις δύο οξείες γωνίες.

(Απαντήσεις: Για $x = 4$, είναι $AB = 6\text{ cm}$, $B\Gamma = 10\text{ cm}$, $A\Gamma = 8\text{ cm}$, ενώ $\eta\mu\Gamma = \frac{3}{5}$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{4}{5}$, $\epsilon\phi\Gamma = \frac{3}{4}$.)

Η. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) δίνεται ότι $B\Gamma=15\text{ cm}$ και $A\Gamma=12\text{ cm}$.

1. Να υπολογίσετε την πλευρά AB .
2. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B .
3. Να αποδείξετε ότι: $1 + \epsilon\phi^2 B = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 B}$

Θ. Δίνεται το σημείο $A(3,-4)$ καθώς και η ευθεία (ϵ) με εξίσωση $y=3x-1$.

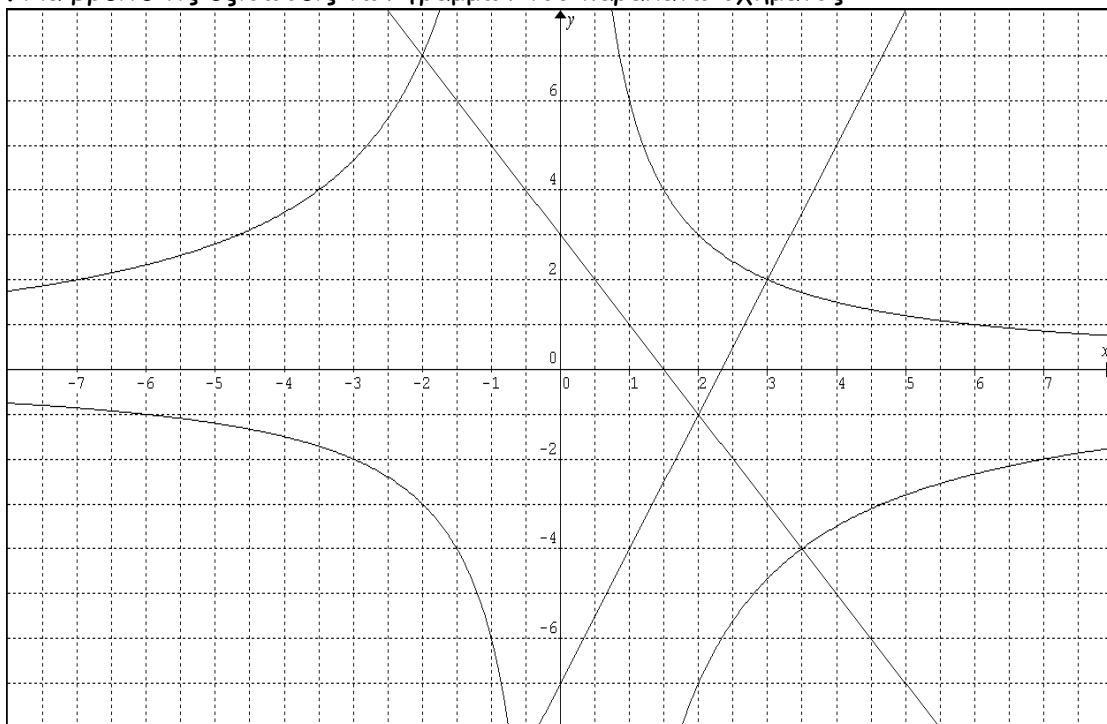
1. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας που να διέρχεται από το A και να είναι παράλληλη της ευθείας (ϵ).
2. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας η οποία να διέρχεται από το σημείο A και να τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο σημείο με τεταγμένη 5 .

(Απαντήσεις: 1. $y=3x-13$ 2. $y=-3x+5$)

Ι. Να κατασκευάσετε σε κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων, στο διάστημα που ζητείται κάθε φορά:

1. $y = 2x - 3$, $-1 \leq x \leq 3$.
2. $y = 3 - x$, $-2 < x \leq 4$.
3. $y = \frac{12}{x}$, $-4 \leq x \leq 4$

ΙΑ. Να βρείτε τις εξισώσεις των γραμμών του παρακάτω σχήματος:



(Απαντήσεις: α. $y = \frac{6}{x}$ β. $y = -2x + 3$ γ. $y = 3x - 7$ δ. $y = -\frac{14}{x}$)

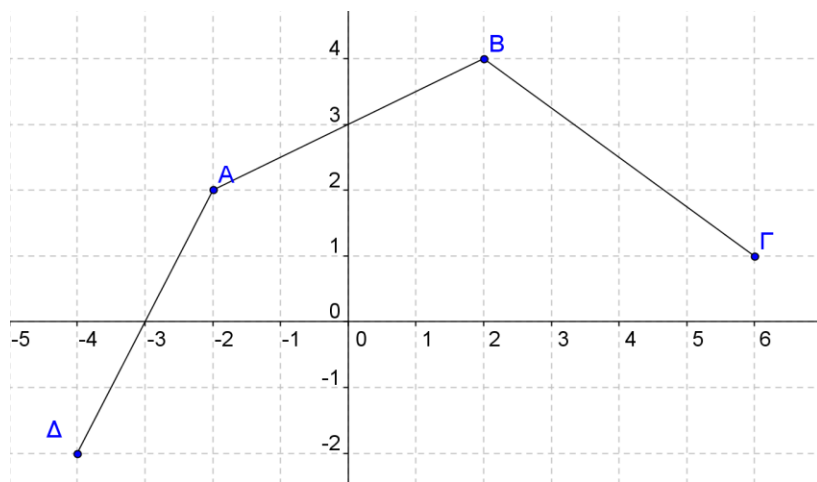
ΙΒ. 1. Να αντιστοιχίσετε τις εξισώσεις των ευθειών ΑΔ, ΑΒ και ΒΓ με τις :

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{2}, \quad y = 2x + 6, \quad y = \frac{1}{2}x + 3$$

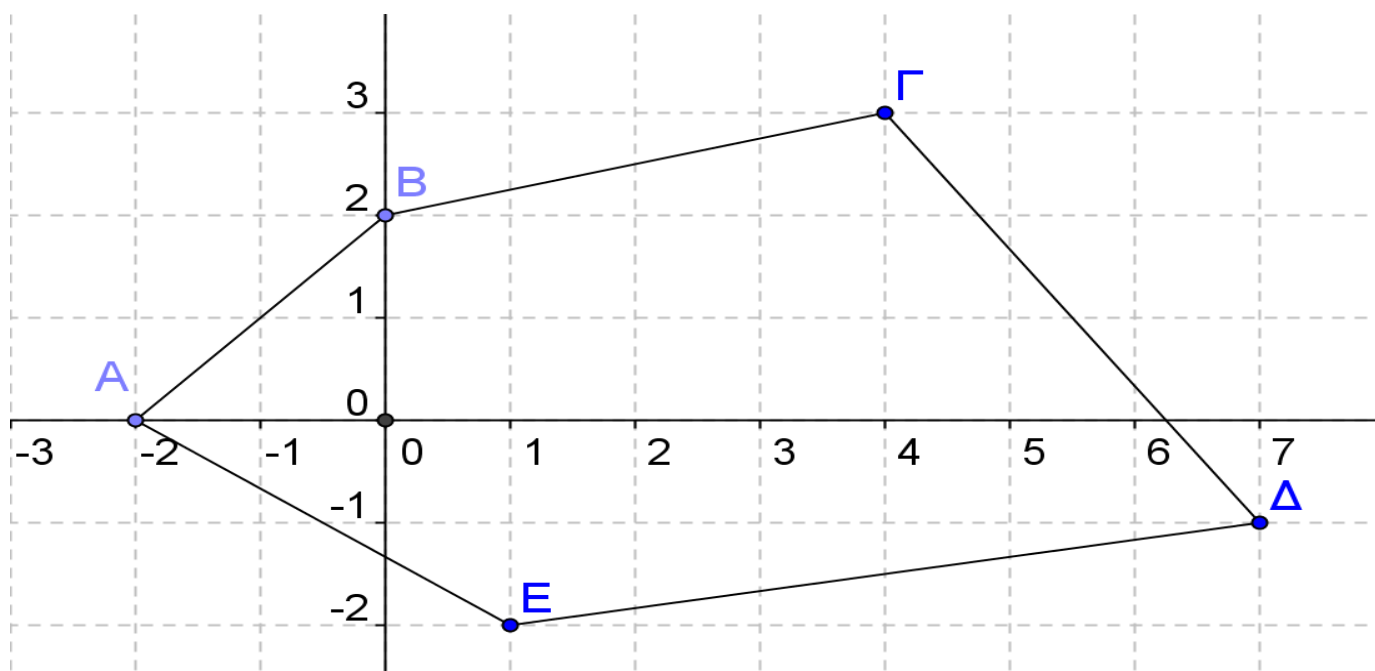
δικαιολογώντας τους ισχυρισμούς σας.

2. Αν είναι Ο η αρχή των αξόνων, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΟΔ.

3. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ΟΒ και ΟΔ. Είναι τα σημεία Β, Ο και Δ συνευθειακά; Δικαιολογήστε!



ΙΓ. 1. Στο παρακάτω σχήμα, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β, Γ, Δ και Ε.



2. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ΑΒ, ΒΓ και ΒΔ.

3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυρτού πεντάπλευρου ΑΒΓΔΕ.

ΙΔ. Στις τελευταίες εκλογές στη Γαλλία, υπήρχαν 4 βασικοί υποψήφιοι, ας τους πούμε Α, Β, C και D. Λίγες ημέρες πριν από τις εκλογές, ρωτήθηκαν 800 ψηφοφόροι για το ποιον υποψήφιο προτιμούν. Οι απαντήσεις τους, απεικονίζονται σε ένα κυκλικό διάγραμμα, όπου η γωνία που αντιστοιχεί στον υποψήφιο Α είναι 90° , η γωνία που αντιστοιχεί στον Β είναι 135° , ενώ τον υποψήφιο C προτίμησαν 160 άτομα.

1. Να βρείτε πόσες προτιμήσεις είχε ο καθένας.

2. Να βρείτε τι γωνία αντιστοιχεί στον υποψήφιο D και να κάνετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα για τους τέσσερις υποψήφιους.

3. Να φτιάξετε το κυκλικό διάγραμμα που θα αντιστοιχούσε στους υποψήφιους Β, C και D, αν αποσυρόταν ο υποψήφιος Α (μαζί με όσους τον προτίμησαν!).

ΙΕ. Δίνονται οι αριθμοί 9, 18, 12, 10, 15, α , β , όπου $\alpha < \beta$. Αν η διάμεσός τους είναι 13 ενώ ο μέσος όρος των 7 αριθμών είναι επίσης ίσος με 13,

ΙΕ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha=13$ και $\beta=14$.

ΙΕ2. Να βρείτε έναν αριθμό που θα αντικαταστήσει το 13, τέτοιο ώστε ο νέος μέσος όρος να είναι 14.

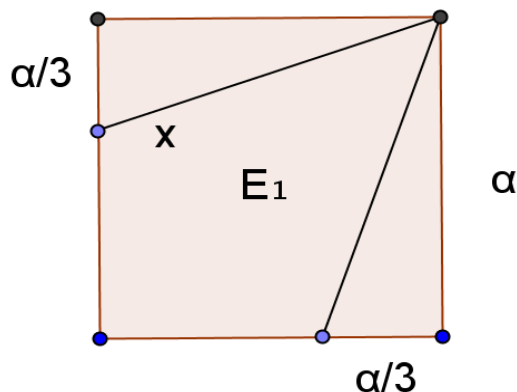
Πόσο θα είναι τότε η νέα διάμεσος των 7 αριθμών;

ΙΣΤ. Στο σχήμα που ακολουθεί, δίνεται ότι το συνολικό εμβαδόν των δύο ίσων τριγώνων που βρίσκονται εσωτερικά στο τετράγωνο είναι 12cm^2 .

ΙΣΤ1. Να εκφράσετε το συνολικό εμβαδόν των δύο τριγώνων με τη βοήθεια της μεταβλητής a .

ΙΣΤ2. Να βρείτε την πλευρά a και το εμβαδόν της περιοχής E_1 .

ΙΣΤ3. Να βρείτε το μήκος του τμήματος x .

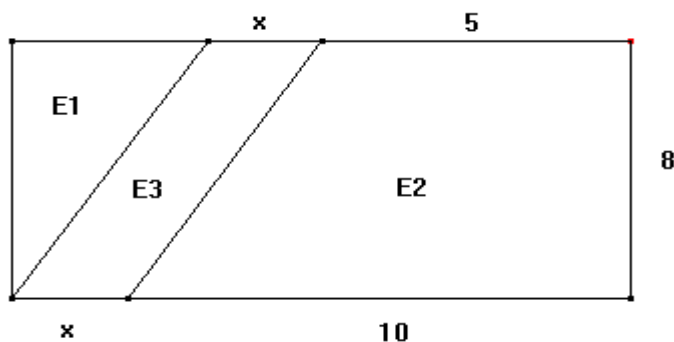


ΙΖ. Στο διπλανό σχήμα :

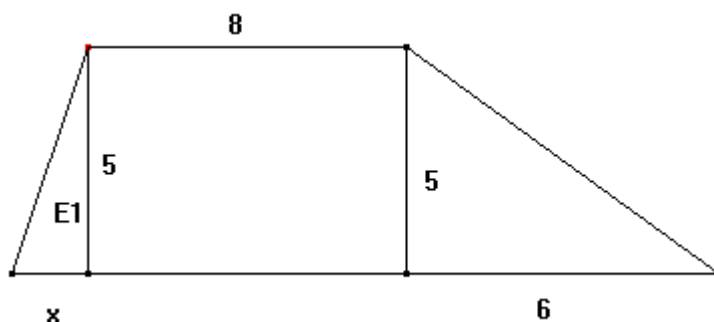
ΙΖ1. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των επιφανειών E_1 , E_2 και E_3 σαν συνάρτηση του x . (Η μεγάλη πλευρά=10)

ΙΖ2. Να βρείτε την τιμή του x ώστε το E_3 να έχει το μισό εμβαδόν του E_2 .

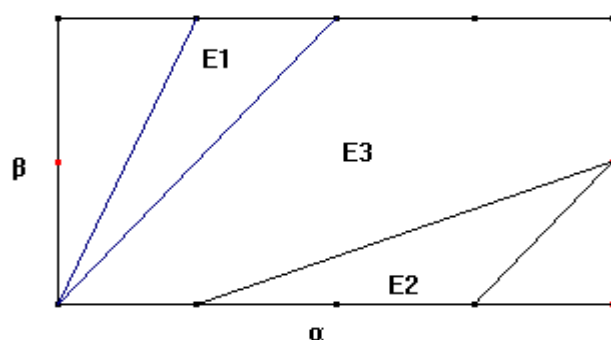
ΙΖ3. Είναι δυνατόν το E_2 να είναι διπλάσιο από το E_1 ; Εξηγήστε.



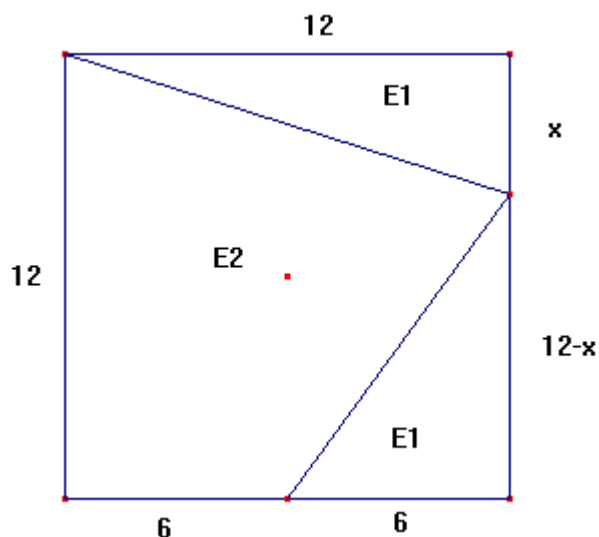
ΙΗ. Στο διπλανό σχήμα, το εμβαδόν του τραπεζιού είναι 60m^2 . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου E_1 καθώς και το μήκος x .



ΙΘ. Να υπολογίσετε τα εμβαδά E_1 , E_2 και E_3 του διπλανού σχήματος, αν γνωρίζετε ότι τα τμήματα στα οποία χωρίζονται οι πλευρές a και b είναι όλα ίσα μεταξύ τους και το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 60m^2 .



Κ. Να υπολογίσετε την τιμή του x , ώστε το άθροισμα των εμβαδών των περιοχών με χαρακτηρισμό E_1 , να είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του E_2 .

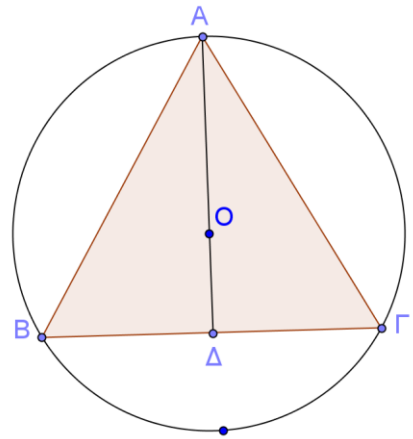


ΚΑ. Το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ισόπλευρο με πλευρά 12cm .

ΚΑ1. Να υπολογίσετε το ύψος $ΑΔ$ και το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$.

ΚΑ2. Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου.

ΚΑ3. Να βρείτε το εμβαδόν της μικρότερης από τις δύο επιφάνειες που περικλείεται από τον κύκλο και τη χορδή $ΒΓ$.



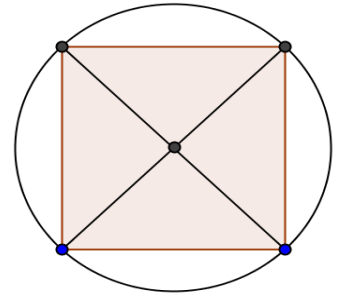
ΚΒ. Το εγγεγραμμένο τετράγωνο του σχήματος έχει εμβαδόν 36cm^2 . Να βρείτε:

ΚΒ1. Την πλευρά του τετραγώνου και το μήκος της διαγωνίου του.

ΚΒ2. Την ακτίνα και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

ΚΒ3. Το εμβαδόν της επιφάνειας εσωτερικά του κυκλικού δίσκου και εξωτερικά του τετραγώνου.

ΚΒ4. Τον όγκο ενός κυλίνδρου με βάση τον κυκλικό δίσκο και ύψος όσο η διαγώνιος του τετραγώνου.



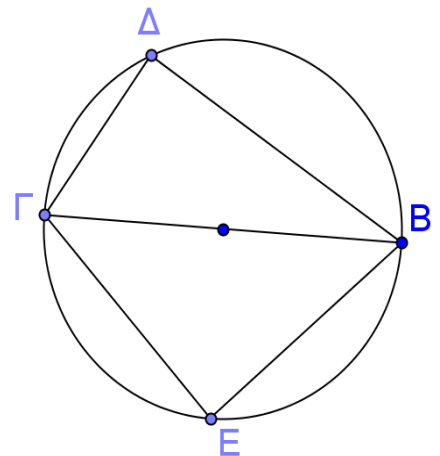
ΚΓ. Το τρίγωνο $ΒΓΕ$ είναι ισοσκελές με $ΒΕ = 10\sqrt{2}\text{cm}$. Το ημίτονο της γωνίας $ΓΒΔ$ είναι ίσο με $2/5$.

ΚΓ1. Να δικαιολογήσετε ότι τα τρίγωνα $ΔΓΒ$ και $ΒΕΓ$ είναι ορθογώνια.

ΚΓ2. Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου.

ΚΓ3. Να υπολογίσετε τα μήκη των $ΔΒ$ και $ΔΓ$.

ΚΓ4. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ΕΒΔΓ$.



ΚΔ. Το $ΑΔΕΓ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με εμβαδόν 36cm^2 ενώ η γωνία $Β=90^\circ$. Δίνεται η πλευρά $ΒΓ=4\text{cm}$ καθώς και το $\sin\varphi=4/9$.

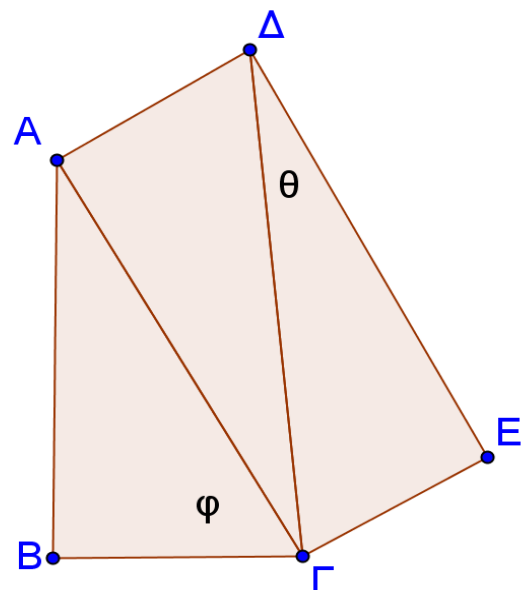
ΚΔ1. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου.

ΚΔ2. Να βρείτε το μήκος της διαγωνίου $ΔΓ$.

ΚΔ3. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

ΚΔ4. Να βρείτε το εμβαδόν του πενταγώνου $ΑΒΓΕΔ$.

ΚΔ5. Να βρείτε το συνολικό εμβαδόν και τον όγκο ενός πρίσματος με βάση το ορθογώνιο $ΑΔΕΓ$ και ύψος όσο η πλευρά $ΑΒ$.

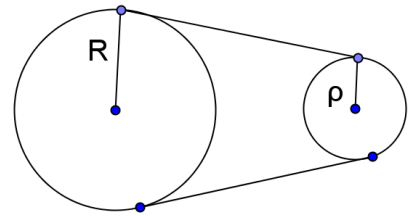


ΚΕ. Δύο τροχοί συνδέονται με ιμάντα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι ακτίνες τους είναι $R=24\text{cm}$ και $r=18\text{cm}$, αντίστοιχα. Αν ο μεγάλος τροχός κάνει 120 στροφές, να βρείτε:

ΚΕ1. Πόσες στροφές θα έχει κάνει ο μικρός.

ΚΕ2. Αν υποθέσουμε ότι οι τροχοί είναι γεωργικού μηχανήματος, να βρείτε την απόσταση που έχει διανύσει το μηχανήμα.

(160 στροφές, 48π m)



ΚΣΤ. Ένα κανονικό εξαγωνικό πρίσμα, έχει πλευρά βάσης 6cm και ύψος 10cm. Να υπολογίσετε :

1. Το εμβαδόν της βάσης.
2. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας.
3. Τον όγκο του πρίσματος.

(1. $54\sqrt{3}\text{cm}^2$ 2. 360cm^2 3. $540\sqrt{3}\text{cm}^2$)

ΚΖ. Στον κύλινδρο του διπλανού σχήματος, το τρίγωνο ΓΘΗ είναι ισοσκελές, με $\Gamma\text{H}=12\text{cm}$ και ύψος ίσο με

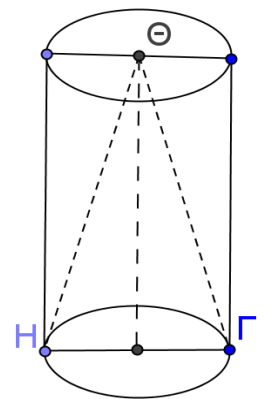
$6\sqrt{3}\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

1. Την ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου.
2. Το συνολικό εμβαδόν του κυλίνδρου.
3. Ο κύλινδρος θα γεμίσει μέχρι επάνω με υγρό κόστους $0,02\text{€/cm}^3$.

Να βρείτε το κόστος του υγρού που απαιτείται. (Δίνεται ότι:

$72\sqrt{3}\pi = 391,8$ και $72\pi = 226,2$)

(6cm, 618cm^2 , 23,5€)



ΚΗ. Δίνεται η εξίσωση: $\frac{2x-3}{3} - \frac{1-x}{5} = x-2$, όπου x η ακτίνα της βάσης (σε cm) ενός κυλίνδρου.

Αν γνωρίζετε επιπλέον πως ο όγκος του είναι ίσος με $288\pi\text{cm}^3$, να υπολογίσετε:

1. Την ακτίνα της βάσης.
2. Το ύψος του κυλίνδρου.
3. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του.

($x=6\text{cm}$, 8cm, $96\pi\text{cm}^2$)

ΚΘ. Στο διπλανό σχήμα, γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του τετραγώνου ισούται με 64cm^2 .

Να υπολογίσετε:

1. Τις ακτίνες των δύο κύκλων.
2. Το εμβαδόν της λευκής επιφάνειας.

($R = 4\sqrt{2}\text{cm}$, $r = 4\text{cm}$, $E = 36,53\text{cm}^2$)

