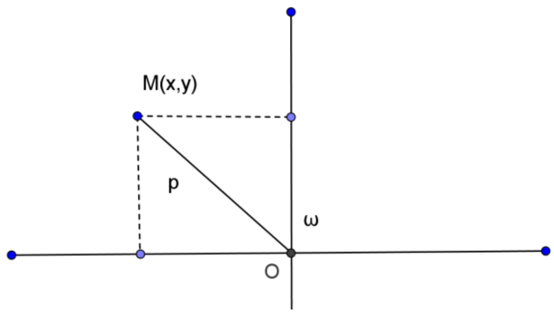
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ 1η

Α. Να αποδείξετε ότι για μια οποιαδήποτε γωνία ω, με $0^0 < ω < 180^0$ ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$ημ^2ω + συν^2ω = 1 \quad και \quad εφω = \frac{ημω}{συνω}$$



Β. Αν η γωνία φ είναι οξεία, να βρείτε το πρόσημο του γινομένου:

$$ημ(180^0 - φ) \cdot συν(180^0 - φ) \cdot εφ\left(180^0 - φ\right)$$

Γ. Είναι δυνατόν για μια γωνία ω να ισχύει ότι: $ημω = \frac{1}{5} \quad και \quad συνω = \frac{4}{5}$;

ΘΕΩΡΙΑ 2η

Α. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\left(x - y\right)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

Β. Να μεταφέρετε συμπληρωμένες στο τετράδιό σας τις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν $α \cdot β = 0$ τότε
2. Αν $α \cdot β \neq 0$ τότε
3. Αν $α^2 + β^2 = 0$ τότε

Γ. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

i. $3α + 3β - 3γ =$ ii. $ax + ay + 2x + 2y =$ iii. $x^2 + 4x + 4 =$ iv. $x^2 - y^2 =$

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Α. Να λυθεί η εξίσωση: $4x^3 + 8x^2 - x - 2 = 0$

Β. Οι δύο ρίζες της εξίσωσης Α είναι τα ημω και συνφ δύο αμβλειών γωνιών ω και φ. Να βρείτε τα ημω και συνφ και να δικαιολογήσετε τον ισχυρισμό σας.

Γ. Να βρείτε τις γωνίες ω και φ.

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Α. Σε ένα παιχνίδι υποβάλλονται 15 ερωτήσεις σε κάθε έναν από δύο παίκτες, ας τους πούμε Μάκη και Σάκη. Κάθε σωστή απάντηση κερδίζει x βαθμούς, ενώ για κάθε λάθος απάντηση , αφαιρούνται y βαθμοί από τον παίκτη. Ο Μάκης απάντησε σωστά σε 8 ερωτήσεις και συγκέντρωσε 29 βαθμούς, ενώ ο Σάκης με 10 σωστές απαντήσεις, συγκέντρωσε 55 βαθμούς.

i. Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα.

ii. Να υπολογίσετε τους x και y.

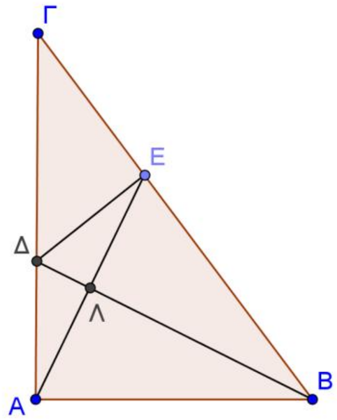
ΑΣΚΗΣΗ 3η

Στο σχήμα, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι <u>ορθογώνιο</u> (Α=90°) , είναι ΔΕ=ΔΑ, το ΔΕ είναι <u>κάθετο</u> στο ΒΓ και Λ είναι το σημείο τομής των ΑΕ και ΒΔ.

Α. Να αποδείξετε ότι η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Β και ΕΒ=ΑΒ.

Β. Να αποδείξετε ότι το τμήμα ΒΛ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΕ.

Γ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΛΒ και ΕΔΒ είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες των πλευρών τους.



Απαντήσεις

Άσκηση 1η

Παραγοντοποιώ και λύνω αμέσως την εξίσωση:

$$4x^2(x+2)-(x+2)=0 \Leftrightarrow (x+2)(4x^2-1)=0 \Leftrightarrow (x+2)(2x+1)(2x-1)=0 \Leftrightarrow$$

$$x=-2 \text{ ή } x=\frac{1}{2} \text{ ή } x=-\frac{1}{2}.$$

Είναι $\eta\mu\omega=\frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\varphi=-\frac{1}{2}$ *γιατί το ημίτονο μόνο θετικός μπορεί να είναι, ενώ η τιμή* -2 *απορρίπτεται επειδή είναι μικρότερη από* -1.

Συνεπώς, αφού οι ω *και* φ *είναι αμβλείες ,είναι* $\omega=150^0$ *και* $\varphi=120^0$.

Άσκηση 2η

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα είναι οι: $\begin{matrix} 8x-7y=29 \\ 10x-5y=55 \end{matrix}$.

Η λύση του συστήματος είναι x=8 και y=5.

Άσκηση 3η

α. Τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΒ και ΔΕΒ είναι ίσα, γιατί έχουν κοινή πλευρά την ΔΒ και ΔΕ=ΑΔ από την υπόθεση. Συνεπώς, οι γωνίες ΔΒΕ και ΑΔΒ είναι ίσες (άρα ΔΒ διχοτόμος της Β) αλλά και ΑΒ=ΒΕ.

Β. Το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές και αφού η ΔΒ είναι διχοτόμος της γωνίας των ίσων πλευρών του , είναι και ύψος.

Γ. Τα τρίγωνα ΑΛΒ και ΕΔΒ είναι όμοια, γιατί οι γωνίες ΑΛΒ και ΔΕΒ είναι ορθές και οι γωνίες ΛΒΑ και ΕΒΔ ίσες από το Α ερώτημα. Η αναλογία των πλευρών είναι:

$$\frac{AB}{\Delta B}=\frac{A\Lambda}{E\Delta}=\frac{\Lambda B}{EB}$$