

**ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΕΛΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ Γ΄
ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

α. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

β. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα: $2016^2 - 2 \cdot 2016 \cdot 2015 + 2015^2$

γ. Να γράψετε στην κόλλα σας συμπληρωμένες τις παρακάτω ταυτότητες:

1. $\alpha^2 - \beta^2 = \dots$ 2. $(\alpha - \beta)^3 = \dots$ 3. $(\alpha + \beta)^3 =$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

α. Να αποδείξετε τις σχέσεις: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$, και $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$, όπου $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$.

β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της πρώτης γραμμής με εκείνα της δεύτερης:

ημ135°	συν120°	εφ150°	ημ160°	συν110°			
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	-συν70°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	ημ20°

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 4x}$ και $B = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$

α. Να περιορίσετε κατάλληλα τις τιμές του x ώστε να ορίζονται οι παραστάσεις A και B και στη συνέχεια

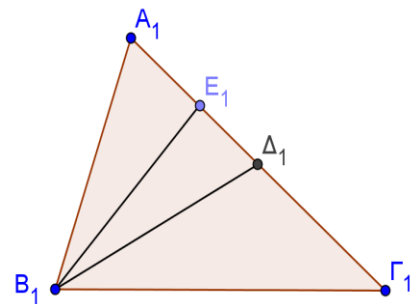
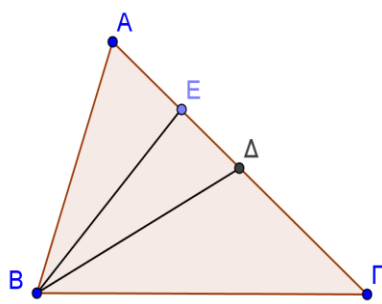
να αποδείξετε ότι: $A = \frac{x+1}{2x}$ και $B = \frac{x+1}{x+2}$.

β. Να λύσετε την εξίσωση: $A + B = -\frac{7}{x}$

γ. Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{4A^2} + \frac{1}{B^2} - \frac{1}{AB} = \frac{4}{(x+1)^2}$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Σε δύο ίσα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A_1B_1\Gamma_1$, φέρνουμε τα ύψη τους BE και B_1E_1 καθώς και τις διαμέσους τους $B\Delta$ και $B_1\Delta_1$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



α. Τα ύψη τους είναι ίσα.

β. Οι διαμέσοί τους είναι ίσες.

γ. Τα τμήματα $E\Delta$ και $E_1\Delta_1$ είναι ίσα.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δύο μαθητές διαγωνιζόμενοι σε ένα τεστ , απάντησαν σε 20 ερωτήσεις καθένας τους. Για κάθε σωστή απάντηση που έδιναν , κέρδιζαν κάποιους βαθμούς, ενώ σε κάθε μία που απαντούσαν λάθος ή άφηναν αναπάντητη έχαναν κάποιους βαθμούς. Ο πρώτος μαθητής έδωσε 12 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε τελικά 44 βαθμούς, ενώ ο δεύτερος με 7 σωστές απαντήσεις συγκέντρωσε 9 βαθμούς. Αν ονομάσουμε x τους βαθμούς που κερδίζει μια σωστή απάντηση και y τους βαθμούς που χάνονται για κάθε λάθος απάντηση, τότε:

- α.** να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα και να λύσετε το σύστημα που προκύπτει.
- β.** Να εξετάσετε αν ένας μαθητής μπορεί να βαθμολογηθεί με 75 βαθμούς στο συγκεκριμένο τεστ.
- γ.** Να βρείτε πόσες λάθος απαντήσεις έδωσε κάποιος που συγκέντρωσε 65 βαθμούς.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

$$\alpha. A = \frac{(x-2)(x+1)}{2x(x-2)} = \frac{x+1}{2x} \quad B = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+1}{x+2}, \text{ ζητώ } x \neq 0 \text{ και } x \neq 2 \text{ και } x \neq -2.$$

$$\frac{x+1}{2x} + \frac{x+1}{x+2} = -\frac{7}{x} \Leftrightarrow (x+2)(x+1) + 2x(x+1) = -14(x+2) \Leftrightarrow 3x^2 + 19x + 30 = 0,$$

$$\beta. \Delta = 361 - 360 = 1, x_{1,2} = \frac{-19 \pm 1}{6} \rightarrow x_1 = -3 \rightarrow x_2 = -\frac{10}{3} \text{ που είναι δεκτές ρίζες.}$$

$$\gamma. \frac{1}{4A^2} + \frac{1}{B^2} - \frac{1}{AB} = \left(\frac{1}{2A} - \frac{1}{B} \right)^2 = \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x+2}{x+1} \right)^2 = \left(-\frac{2}{x+1} \right)^2 = \frac{4}{(x+1)^2}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

α. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΕ και Α₁Β₁Ε₁. Είναι ορθογώνια με τις γωνίες Α=Α₁ και τις υποτείνουσές τους ΑΒ=Α₁Β₁. Συνεπώς είναι ίσα, άρα και ΒΕ=Β₁Ε₁ και ΑΕ=Α₁Ε₁.

β. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ και Α₁Β₁Δ₁. Έχουν: ΑΒ=Α₁Β₁, Α=Α₁ και ΑΔ=Α₁Δ₁ ως μισά ίσων πλευρών, δηλαδή με το 1^ο κριτήριο είναι ίσα, συνεπώς και ΒΔ=Β₁Δ₁.

γ. Τα ζητούμενα τμήματα είναι ίσα ως διαφορές ίσων τμημάτων (ΔΕ=ΑΔ-ΑΕ=Α₁Δ₁-Α₁Ε₁=Δ₁Ε₁)

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

$$\alpha. \text{ Το σύστημα είναι το } \begin{cases} 12x - 8y = 44 \\ 7x - 13y = 9 \end{cases} \dots x = 5, y = 2$$

β. Αν είναι α οι σωστές, τότε είναι (20-α) οι λάθος. Θα έπρεπε:

$$5\alpha - 2(20 - \alpha) = 75 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 7\alpha = 115 \Leftrightarrow \alpha = \frac{115}{7}, \text{ το οποίο δεν είναι δεκτό ως λύση!}$$

γ. Με όμοιο τρόπο:

$$5\alpha - 2(20 - \alpha) = 65 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 7\alpha = 105 \Leftrightarrow \alpha = \frac{105}{7} = 15, \text{ δηλαδή } 15 \text{ σωστές} - 5 \text{ λάθος.}$$