

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ

1. Αν  $f$  συνεχής στο  $[a, \beta]$  είναι  $\int_a^\beta f(x)dx > 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0$
2. Αν  $f$  συνεχής και γν. αύξουσα στο  $[a, \beta]$  ισχύει ότι:  $\int_a^\beta f(x)dx \geq 0$ .
3. Αν  $\int_a^\beta f(x)dx \geq \int_a^\beta g(x)dx$ , τότε  $f(x) \geq g(x)$  για κάθε  $x \in [a, \beta]$ .
4. Το σύνολο τιμών μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης ορισμένης σε ανοικτό διάστημα είναι επίσης ανοικτό διάστημα.
5. Είναι  $\int_a^\beta f(x)dx > 0 \Leftrightarrow a > \beta$ . ( $f$  συνεχής, γνήσια αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ ).
6. Αν  $f$  όχι γνήσια μονότονη στο  $[a, \beta]$  ισχύει ότι:  $\max(f(x)) \neq f(a)$  και  $f(\beta)$
7. Αν  $\int_a^\beta f(x)dx = \int_a^\beta g(x)dx$ , τότε  $f(x) = g(x)$  για κάποιο  $x_0 \in [a, \beta]$ .
8. Αν  $F(x) = \int_a^x (\int_b^u f(t)dt)du$ ,  $f$  συνεχής στο  $[a, \beta]$ ,  $x \in [a, \beta]$ , τότε η  $F$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με συνεχή δεύτερη παράγωγο.
9. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και παρουσιάζει ακρότατα στα σημεία  $a$  και  $\beta$  με  $a < \beta$ , τότε υπάρχει σημείο  $\chi_0$  στο  $(a, \beta)$  ώστε  $f''(\chi_0) = 0$ .
10. Αν για τις συναρτήσεις  $f, g$  ισχύει  $f(x) > g(x)$  για κάθε  $x$  πραγματικό, τότε ισχύει για αυτές ότι:  $f'(x) > g'(x)$ .
11. Αν για την συνεχή και μη σταθερή στο  $[a, \beta]$  συνάρτηση  $f$  ισχύει ότι  $\int_a^\beta f(x)dx = 0$ , τότε η  $f(x)$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο  $[a, \beta]$ .
12. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι κυρτή σε όλο το  $\mathbb{R}$ , τότε η  $f$  δεν έχει ακρότατα.
13. Η συνάρτηση που ορίζεται με  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ ,  $f$  συνεχής στο  $\mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμη με συνεχή πρώτη παράγωγο.
14. Αν για δύο συναρτήσεις ισχύει ότι  $f'(x) = g'(x)$  για κάθε  $x$  πραγματικό και  $f(1) = g(1)$ , τότε οι  $f$  και  $g$  ταυτίζονται.
15. Αν η  $f$  διατηρεί σταθερό πρόσημο στο  $[a, \beta]$ , τότε η  $f$  είναι συνεχής στο  $[a, \beta]$ .
16. Αν η  $f$  είναι αντιστρέψιμη, τότε είναι γνήσια μονότονη.
17. Αν η παράγωγος συνάρτησης της  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$ , τότε η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$ .
18. Αν για τις συνεχείς στο  $[a, \beta]$  συναρτήσεις  $f, g$  ισχύει η σχέση:  $\int_a^x f(t)dt = \int_a^x g(t)dt$ ,  $x \in [a, \beta]$ , τότε  $f(x) = g(x)$  για κάθε  $x \in [a, \beta]$ .
19. Κάθε συνεχής σε ένα διάστημα  $\Delta$  συνάρτηση, έχει παράγουσα.
20. Αν μια συνάρτηση είναι κυρτή σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η παράγωγος της συνάρτησης διατηρεί θετικό πρόσημο.
21. Για δύο συνεχείς στο  $[a, \beta]$  συναρτήσεις, υπάρχει σημείο στο οποίο η απόσταση τους γίνεται μέγιστη.
22. Δύο συναρτήσεις οι οποίες έχουν ίσες παραγώγους και καμιά από τις δύο δεν περνά από το  $(0,0)$ , μπορεί να ταυτίζονται.
23. Αν η παράγωγος μιας συνάρτησης είναι σταθερός αριθμός, τότε η γραφική της παράσταση είναι ευθεία η οποία διέρχεται από το  $(0,0)$ .

24. Αν για δύο συναρτήσεις ορισμένες συνεχείς και παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , ισχύει η σχέση  $f'(x) \geq g'(x)$ , τότε ισχύει ότι  $f(x) > g(x)$ .
25. Αν οι γραφικές παραστάσεις των συνεχών στο  $\mathbb{R}$  συναρτήσεων  $f$  και  $g$ , τέμνονται στα σημεία  $x=a$  και  $x=b$ , τότε υπάρχει σημείο στο  $(a, b)$  στο οποίο οι εφαπτόμενές τους είναι παράλληλες.
26. Η εικόνα ενός ανοικτού διαστήματος μιας συνεχούς συνάρτησης είναι ανοικτό διάστημα.
27. Μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση με θετικές τιμές στο  $\Delta$  είναι και κυρτή στο  $\Delta$ .
28. Το ορισμένο ολοκλήρωμα μιας συνεχούς και με θετικές τιμές συνάρτησης δεν είναι οπωσδήποτε θετικός αριθμός.
29. Μια κυρτή συνάρτηση στο πεδίο ορισμού της, παρουσιάζει τοπικό ακρότατο.
30. Μια συνάρτηση μπορεί να παρουσιάζει ακρότατο χωρίς να έχει κρίσιμο σημείο.
31. Μια συνάρτηση που έχει κρίσιμο σημείο έχει ακρότατο σε αυτό.
32. Αν η παράγωγος συνάρτησης μιας συνάρτησης  $f$ , είναι ευθεία, τότε η  $f$  παρουσιάζει ακρότατο.
33. Το θεώρημα Rolle δεν μπορεί να ισχύει αν η  $f$  είναι ορισμένη σε ανοικτό διάστημα.
34. Αν δύο συναρτήσεις έχουν πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , τότε και η σύνθεσή τους έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .
35. Αν δύο συναρτήσεις έχουν πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , τότε και το γινόμενο και το πηλίκο τους έχουν πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .
36. Τα κοινά σημεία δύο αντίστροφων μεταξύ τους συναρτήσεων βρίσκονται πάνω στην ευθεία  $y=x$ .
37. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια αύξουσα, τότε και η αντίστροφή της είναι γνήσια αύξουσα.
38. Το άθροισμα δύο γνησίως μονότονων συναρτήσεων είναι επίσης γνήσια μονότονη συνάρτηση.
39. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα DLH σε κλάσμα της μορφής  $(0/0)$ , εφόσον αριθμητής και παρονομαστής είναι συνεχείς συναρτήσεις.
40. Η ασύμπτωτη ευθεία μιας συνάρτησης δεν έχει κοινά σημεία με την συνάρτηση.
41. Μια συνάρτηση με πλάγια ασύμπτωτη δεν μπορεί να έχει οριζόντια ασύμπτωτη.
42. Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύει ότι:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ ,  $a \in \mathbb{R}^*$ , έχει πλάγια ασύμπτωτη.
43. Μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το  $[-2, 2]$  μπορεί να έχει ασύμπτωτη.
44. Αν το όριο μιας συνάρτησης όταν το  $x$  τείνει στο  $x_0$  είναι θετικός αριθμός, τότε η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές για κάθε  $x$  κοντά στο  $x_0$ .
45. Αν μια συνάρτηση είναι κοίλη σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η  $f'$  παίρνει μόνο αρνητικές τιμές στο ίδιο διάστημα.
46. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η παράγωγος της μπορεί είναι και ίση με το μηδέν για κάποιες τιμές από το διάστημα  $\Delta$ .
47. Μία συνάρτηση κοίλη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και η εφαπτομένη της σε κάποιο εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , μόνο ένα κοινό σημείο μπορούν να έχουν.

48. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι κυρτή στο  $[a, \beta]$  και  $g(x)$  η εφαπτομένη της σε κάποιο σημείο  $x_0$  εσωτερικό του  $[a, \beta]$ , τότε το  $\int_a^\beta (f(x) - g(x))dx$  είναι θετικός αριθμός.
49. Αν ισχύει  $f(x) \geq g(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε  $\int_k^r (f(x) - g(x))dx \geq 0$ , όπου  $r, k \in \mathbb{R}$ .
50. Αν  $f$  συνεχής στο  $[a, \beta]$  και  $f$  γνήσια μονότονη στο  $[a, \beta]$ , τότε το  $\int_a^\beta f(x)dx$  δίνει το εμβαδόν ανάμεσα στην γραφική παράσταση της  $f$ , τον  $OX'$  και τις ευθείες  $x=a$ ,  $x=\beta$ .
51. Το  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l$
52. Ισχύει η σχέση:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = l$
53. Μία συνάρτηση ορισμένη σε κλειστό διάστημα και η οποία είναι γνήσια φθίνουσα σε αυτό, μπορεί να παρουσιάζει σημείο καμπής σε εσωτερικό σημείο του διαστήματος.
54. Ένα σημείο στο οποίο δεν ορίζεται η δεύτερη παράγωγος μιας συνάρτησης, χαρακτηρίζεται κρίσιμο.
55. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια αύξουσα στο  $(a, \beta)$  και γνήσια φθίνουσα στο  $(\beta, \gamma)$ , παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x=\beta$ .
56. Αν η  $f$  είναι συνεχής στο διάστημα  $\Delta$  και  $a, \beta, \gamma$  ανήκουν στο  $\Delta$ , τότε ισχύει:  $\int_a^\beta f(x)dx - \int_\gamma^\beta f(x)dx = \int_a^\gamma f(x)dx$
57. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $\Delta$  και  $a$  εσωτερικό του  $\Delta$  για το οποίο  $f'(a)=0$ , τότε η  $f$  παρουσιάζει σημείο καμπής στο  $a$ .
58. Αν  $x_0$  ένας θετικός πραγματικός αριθμός, τότε ισχύει η σχέση:  $(\ln 2x_0)' = \frac{1}{x_0}$
59. Μια συνάρτηση  $f$  είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο  $y$  του συνόλου τιμών της, η εξίσωση  $f(x)=y$  έχει ακριβώς μία λύση.
60. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[a, \beta]$ , τότε υπάρχει ένα τουλάχιστον  $\xi$  στο  $(a, \beta)$  ώστε να ισχύει:  $f'(\xi) = \frac{f(a) - f(\beta)}{a - \beta}$
61. Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι 1-1, τότε και η συνάρτηση  $(f+g)$ , εφόσον ορίζεται, είναι επίσης 1-1.
62. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $-f$  είναι συμμετρική της γραφικής παράστασης της  $f$  ως προς τον άξονα  $OX'$ .
63. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $[a, \beta]$ , παραγωγίσιμη στο  $(a, \beta)$  και είναι  $f(a)$  όχι ίσο με  $f(\beta)$ , τότε δεν υπάρχει σημείο  $x_0$  στο  $(a, \beta)$  τέτοιο ώστε  $f'(x_0)=0$ .
64. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης  $f$  έχει μόνο ένα κοινό σημείο με την γραφική παράσταση της  $f$ , το σημείο επαφής.
65. Αν μια συνεχής συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $[a, \beta]$ , έχει σύνολο τιμών το  $[f(a), f(\beta)]$ , τότε η  $f$  είναι γνήσια αύξουσα στο  $[a, \beta]$ .

66. Αν ισχύουν:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = m, k, m \in \mathbb{R} \text{ και } f(x) < g(x) \text{ κοντά στο } x_0, \text{ τότε } k < m.$$

67. Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο 2 και ισχύει  $f(2) > 0$ , τότε και  $f'(2) > 0$ .

68. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι πολυωνυμική συνάρτηση 3ου βαθμού, τότε η  $f \circ f$  είναι επίσης πολυωνυμική 6ου βαθμού.

69. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο της.

70. Η ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης είναι η μικρότερη από τα τοπικά ελάχιστα που παρουσιάζει η συνάρτηση.

71. Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύουν οι προϋποθέσεις του Θεωρήματος Rolle στο διάστημα  $[a, b]$ , τότε υπάρχει εφαπτομένη της παράλληλη στην ευθεία  $y=2016$ .

72. Οποιαδήποτε ευθεία της μορφής  $x=a$ , έχει με τη γραφική παράσταση μιας οποιασδήποτε συνάρτησης  $f$ , το πολύ ένα κοινό σημείο.

73. Μια πολυωνυμική συνάρτηση 3ου βαθμού, έχει πάντοτε ακριβώς ένα σημείο καμπής.

74. Για τη συνάρτηση με τύπο  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , και για οποιοδήποτε διάστημα της μορφής  $[\gamma, \delta]$  για το οποίο μπορεί να εφαρμοστεί το Θεώρημα Rolle το σημείο  $\xi$  για το οποίο ισχύει το συμπέρασμα του Θεωρήματος, είναι το

$$\xi = -\frac{b}{2a}$$

75. Αν ισχύουν:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .

76. Αν ισχύουν:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ .

77. Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σε ένα διάστημα  $[a, b]$ , τότε δεν παίρνει υποχρεωτικά και όλες τις ενδιάμεσες τιμές μεταξύ των  $f(a)$ ,  $f(b)$ .

78. Κάθε πολυωνυμική εξίσωση περιττού βαθμού, έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο  $\mathbb{R}$ .

79. Η σχέση  $\int_a^b \lambda \varphi(x) dx = \lambda \int_a^b \varphi(x) dx$ , ισχύει για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$

80. Η σχέση  $\int \lambda \varphi(x) dx = \lambda \int \varphi(x) dx$ , ισχύει για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$

81. Αν  $f(x) > 0$  για κάθε  $x$  στο  $\mathbb{R}$ ,  $f$  συνεχής στο  $\mathbb{R}$  και ισχύει ότι:

$$\int_a^b f(x) dx = 0, \text{ τότε } a = b.$$

82. Για την παραγωγίσιμη στο  $[a, b]$  συνάρτηση  $f$  για την οποία ισχύει  $f(a) > f(b)$ , υπάρχει  $\chi_0$  στο  $(a, b)$  ώστε  $f'(\chi_0) < 0$ .

83. Για τη συνάρτηση

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, \text{ όπου } P(x), Q(x) \text{ πολυώνυμα ίδιου βαθμού, δεν ορίζεται πλάγια ασύμπτωτη.}$$

84. Αν  $f$  είναι συνεχής συνάρτηση στο  $\mathbb{R}$  και ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx \quad \text{τότε } \beta = \gamma.$$

85. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνήσια φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ , ισχύει η σχέση  $f(x) < f(2016x)$  για κάθε  $x$  πραγματικό.