ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι ο ν-οστός όρος μιας αριθμητικής προόδου δίνεται από τη σχέση $a_\nu = a_1 + (\nu - 1)\cdot\omega$ **(12 μονάδες)**

Α2. Πότε δύο ενδεχόμενα λέγονται ασυμβίβαστα; **(3 μονάδες)**

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστό» ή «Λάθος»:

α. Η σχέση $\frac{|x+y|}{|x|+|y|} \le 1$ ισχύει για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.

β. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$, ισχύει ότι $\alpha\gamma > \beta\delta$.

γ. Αν α, β, γ είναι με τη σειρά που δίνονται διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε ισχύει: $\beta^4 = \alpha^2 \cdot \gamma^2$

δ. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης μπορεί να τέμνει τον άξονα χχ΄ σε άπειρα σε πλήθος σημεία.

ε. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από δύο ενδεχόμενα Α, Β, είναι $A \cup B$. **(10 μονάδες)**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{|k-1|-2}{4} - \frac{1-|k-1|}{3} \le \frac{|3-3k|+2}{12}$ **(10 μονάδες)**

Β2. Να λυθεί η ανίσωση: $|3-6m| \ge 15$ **(7 μονάδες)**

Β3. Για τις τιμές των m, k που βρήκατε στα παραπάνω ερωτήματα , να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = |m+2| - |k-4| - |m-3| - |k+2|$ **(8 μονάδες)**

ΘΕΜΑ Γ

Αν Α και Β δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω, για τα οποία γνωρίζουμε ότι $P(A-B) = \frac{1}{4}$, $P(A' \cap B') = \frac{1}{2}$, να υπολογίσετε:

Γ1. Την πιθανότητα να πραγματοποιείται τα ενδεχόμενο Β. **(7 μονάδες)**

Γ2. Αν η πιθανότητα να πραγματοποιούνται ταυτόχρονα τα ενδεχόμενα Α, Β ισούται με k, όπου k η τιμή για την οποία η εξίσωση $\left(3k^2 + 5k - 2\right)x = 3k^2 - 4k + 1$ έχει άπειρες λύσεις, να βρείτε:

i. Την πιθανότητα να πραγματοποιούνται ταυτόχρονα τα ενδεχόμενα Α, Β. **(10 μονάδες)**

ii. Την πιθανότητα να πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα δύο ενδεχόμενα Α, Β. **(8 μονάδες)**

ΘΕΜΑ Δ

Οι αριθμοί $m^2-1,\ m^2+2,\ 2m^2+4$, είναι, με τη σειρά που δίνονται διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, ενώ οι ποσότητες $2|k-3|, k, 6$ είναι, επίσης με τη σειρά που δίνονται διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Δίνεται επίσης η συνάρτηση με τύπο $f(x)=\sqrt{x^2+kx+m^2}$.

Δ1. Να βρείτε τις τιμές των k και m καθώς και τους όρους των προόδων.

(10 μονάδες)

Δ2. Για k=5 και $m^2=4$, να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f. **(6 μονάδες)**

Δ3. Να βρείτε τη τιμή του α για την οποία η συνάρτηση με τύπο $g(x)=\sqrt{f^2(x)+a}$ έχει πεδίο ορισμού όλο το R. **(9 μονάδες)**