

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

A3: Λ-Σ-Λ-Σ-Σ

B1: Υψώνουμε στο τετράγωνο, άρα $(z - 4i)(\bar{z} + 4i) = 4(z - i)(\bar{z} + i) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow z\bar{z} = 4 \Leftrightarrow |z| = 2$

B2: Βρίσκουμε τον $\bar{w} = \frac{\bar{z} - 2i}{z + 2i} = \frac{\frac{4}{z} - 2i}{\frac{4}{z} + 2i} = \frac{2(2 - zi)}{2(2 + zi)} = \frac{(-i)(z + 2i)}{i(z - 2i)} = -w$, άρα $w \in \mathbb{I}$.

B3: $A = (z + 2i)(\bar{z} - 2i) + (z - 2i)(\bar{z} + 2i) = \dots = 2z\bar{z} + 8 = 16$.

Γ1: $|2 + i| \cdot \left| z - \frac{10 - 5i}{2 + i} \right| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |z - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$

Γ2: $\max |z| = 2 + 5 = 7$ $\min |z| = 5 - 2 = 3$

Γ3: Είναι $w + 3 - 2i = 2z$, οπότε $w - 3 + 6i = 2(z - 3 + 4i)$ άρα $|w - 3 + 6i| = 4$ δηλαδή $(x - 3)^2 + (y + 6)^2 = 16$.

Γ4: $\max |z - w| = \text{ΚΛ} + 2 + 4 = 8$

Δ1: $(f(1 + i))^{2014} = \left(\frac{-i(-2 + i)}{-2 + i} \right)^{2014} = \dots = -1$

Δ2: $x + yi + \sqrt{(x - 6)^2 + (y - 2)^2} = 7 + 5i \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow y = 5$ και $x = 2$.

Δ3: i. $f(z) = \frac{x^2 + y^2 - 3x + y}{(x - 3)^2 + y^2} + \frac{x - 3y - 3}{(x - 3)^2 + y^2} \cdot i$, οπότε $\text{Re}(f(z)) = \text{Im}(f(z)) \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 5$

ii. $\max(|z - w|) = 7 + \sqrt{5}$ $\min(|z - w|) = 7 - \sqrt{5}$