# ΣΥΜΒΟΥΛΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

## Α. Προτάσεις οι οποίες απαντώνται συχνά σε προβλήματα εξισώσεων:

1. Δύο αριθμοί έχουν γνωστό άθροισμα, ας το πούμε «α». Αν ο ένας από τους δύο είναι ο χ, ο άλλος θα είναι ο «α-χ». Σε μια παράσταση για παράδειγμα, υπάρχουν 100 θεατές, ενήλικοι και παιδιά. Αν είναι χ το πλήθος των παιδιών, τότε το πλήθος των ενηλίκων θα είναι ίσο με (100-χ).
2. Δύο αριθμοί διαφέρουν κατά γνωστό αριθμό «α». Αν ο ένας είναι ο χ, ο άλλος θα συμβολιστεί με (χ+α) ή με (χ-α) , ανάλογα με το αν με χ συμβολίσαμε το μικρότερο η το μεγαλύτερο από τους δύο. Σε ένα ορθογώνιο, του οποίου οι διαστάσεις διαφέρουν κατά 4cm, αν ονομάσουμε χ το μήκος του, τότε το πλάτος του θα είναι (χ-4). Αν επιλέξουμε να ονομάσουμε χ το πλάτος του, τότε το μήκος του θα ήταν (χ+4).
3. Ο ένας αριθμός είναι πολ/σιος ή μέρος του άλλου. Ονομάζουμε τον ένα από τους δύο χ. Ο άλλος θα είναι (κάτι) επί χ. Σε μια συναυλία, τα παιδιά πληρώνουν τα 2/3 του κανονικού εισιτηρίου. Αν είναι χ το κανονικό εισιτήριο, το παιδικό θα είναι $\frac{2x}{3}$.
4. Έχουμε διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς. Αν ο μικρότερος είναι ο «χ», οι επόμενοι θα είναι (χ+1), (χ+2) κ.λ.π.. Αν το πλήθος των διαδοχικών φυσικών είναι περιττός αριθμός, προτιμήστε να ονομάσετε με χ τον μεσαίο από αυτούς. Οι 5 διαδοχικοί θα είναι: χ-2, χ-1, χ, χ+1, χ+2.

## Β. Τρόπος για να λύσετε πρόβλημα με εξίσωση.

Πρώτα πρέπει να αποφασίσουμε τι θα ορίσουμε σαν άγνωστο «χ». Αν υπάρχει ένα μοναδικό ζητούμενο, ονομάστε αυτό «χ». Αν υπάρχουν παραπάνω από ένα ζητούμενα (π.χ. Ποιες είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου για το οποίο γνωρίζουμε ότι…., Πόσα είναι τα παιδιά και πόσοι οι γονείς……, Πόσα χρήματα πήρε ο κάθε κληρονόμος…. Κ.λ.π) ονομάστε «χ» κάποιο από αυτά και εκφράστε οπωσδήποτε τον άλλο ή τους άλλους αγνώστους με τη βοήθεια του χ. Αφού τελειώσετε με τον ορισμό του αγνώστου, κατασκευάστε την εξίσωση μεταφράζοντας σε αριθμητικές πράξεις την εκφώνηση. Δείτε τα παρακάτω παραδείγματα:

- Αν σας έχουν δώσει την περίμετρο ενός επίπεδου σχήματος, το άθροισμα των μηκών των πλευρών του ισούται με αυτήν.
- Αν σας έχουν δώσει τις εισπράξεις μιας παράστασης, πολ/στε τον αριθμό κάθε κατηγορίας θεατών με το αντίστοιχο εισιτήριο και αθροίστε τα επιμέρους γινόμενα: Δίνουν το ποσό που εισπράχθηκε.
- Οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες καθώς και οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες, ενώ οι εντός και επί τα αυτά γωνίες παραπληρωματικές.
- Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι $180^{\circ}$ , ενώ οι γωνίες της βάσης ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

## Γ. Ειδικές κατηγορίες προβλημάτων

Προβλήματα ανάμιξης. Κάντε αντικατάσταση στην παρακάτω σχέση: (Ποσότητα 1$^{ου}$)(Περιεκτικότητα του 1$^{ου}$ ) +(Ποσότητα 2$^{ου}$)(Περιεκτικότητα του 2$^{ου}$ )= (Συνολική Ποσότητα)(Τελική περιεκτικότητα). Οι περιεκτικότητες είναι συνήθως εκφρασμένες σε % ποσοστό, ενώ οι ποσότητες καθενός από τα επιμέρους συστατικά είναι σε λίτρα ή σε γραμμάρια.

Προβλήματα με βρύσες ή έργα: Αν ονομάσετε χ τις ώρες ή τις ημέρες που θα χρειασθούν για το γέμισμα της δεξαμενής ή της αποπεράτωσης του έργου, τότε το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους κλασμάτων επί χ , ισούται με «1». Το 1 συμβολίζει το έργο ολόκληρο ή μια γεμάτη δεξαμενή. Για παράδειγμα: Μια δεξαμενή έχει τρεις αντλίες. Η πρώτη, γεμίζει μόνη της τη δεξαμενή σε 4 ώρες, η δεύτερη σε τρεις ώρες, ενώ η τρίτη την αδειάζει μέσα σε 6 ώρες. Αν λειτουργούν και οι τρεις αντλίες ταυτόχρονα σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή;

Έστω χ οι ώρες που απαιτούνται. Σε μία ώρα γεμίζει το $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$ της δεξαμενής.

Συνεπώς: $x\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)=1 \Leftrightarrow x\cdot\frac{5}{12}=1 \Leftrightarrow x=\frac{12}{5}=2,4h\ \ \acute{\eta}\ 2h\ \ 24\min$.

Προβλήματα ποσοστών: Γενικά , αν t το ποσοστό %, κάνουμε αντικατάσταση στην σχέση: $(\text{Αρχικό ποσό})\cdot\frac{100\pm t}{100}=(\text{Τελικό ποσό})$. Χρησιμοποιούμε το (+) αν έχουμε αύξηση του αρχικού ποσού και το (-) αν υπάρχει έκπτωση στο αρχικό ποσό.

Προβλήματα Ευκλείδειας Διαίρεσης: Αντικαταστήστε στο γνωστό(;) περσινό σας τύπο: $\Delta=\delta\cdot\pi+\upsilon$, όπου Δ ο διαιρετέος, δ ο διαιρέτης π το πηλίκο και υ το υπόλοιπο.

Προβλήματα κίνησης: Αν τα οχήματα ξεκινούν ταυτόχρονα, τότε ισχύει ότι :

$\frac{\text{απόσταση που διάνυσε το } 1^0}{\text{ταχύτητα του } 1^{ου}}=\frac{\text{απόσταση που διάνυσε το } 2^0}{\text{ταχύτητα του } 2^{ου}}$ αφού ο χρόνος «μετρά» το ίδιο και για τα δύο.

Αν τα οχήματα διανύουν την ίδια απόσταση, χρησιμοποιήστε τη σχέση :

$$(\text{Ταχύτητα του } 1^{ου})\cdot(\text{Χρόνος κίνησης του } 1^{ου})=(\text{Ταχύτητα του } 2^{ου})\cdot(\text{Χρόνος κίνησης του } 2^{ου})$$

Και οι δύο παραπάνω σχέσεις, στηρίζονται στον τύπο $S=v\cdot t \Leftrightarrow t=\frac{S}{v}$.

Προβλήματα με ηλικίες: Η διαφορά ηλικίας μεταξύ δύο ατόμων δεν αλλάζει, όσα χρόνια κι αν περάσουν. Αυτό που αλλάζει είναι ο λόγος των ηλικιών. Αν για παράδειγμα ένας πατέρας είναι 33 ετών και ο γιος του 9, μετά από τρία χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιου. Ονομάστε χ λοιπόν τα χρόνια που θα περάσουν και γράψτε τη σχέση που συνδέει τις ηλικίες τους όπως την περιγράφει το πρόβλημα κάθε φορά.

Προβλήματα με ωρομίσθιο ή ημερομίσθιο: Οι αποδοχές ενός εργαζόμενου βρίσκονται αν πολ/με το ωρομίσθιο (ή το ημερομίσθιο) με τις ώρες που εργάστηκε (ή τις ημέρες). Αν πρόκειται για δύο εργαζόμενους, εκφράστε το σύνολο των αποδοχών καθενός και γράψτε την σχέση που τις συνδέει: Συνήθως, αφαιρούμε το μικρότερο από το μεγαλύτερο ποσό και το εξισώνουμε με τη διαφορά που μας λέει η εκφώνηση.

*Παρατήρηση: Μην απομνημονεύσετε τις παραπάνω συμβουλές. Προσπαθήστε να σκέπτεστε και όχι να θυμάστε. Εξασκηθείτε με επιπλέον ασκήσεις και εξοικειωθείτε με την «μαθηματικοποίηση» εκφράσεων και προβλημάτων.*