

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ

1. Αν f συνεχής στο $[a, \beta]$ είναι $\int_a^\beta f(x)dx > 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0$
2. Αν f συνεχής και γν. αύξουσα στο $[a, \beta]$ ισχύει ότι: $\int_a^\beta f(x)dx \geq 0$.
3. Αν $\int_a^\beta f(x)dx \geq \int_a^\beta g(x)dx$, τότε $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [a, \beta]$.
4. Αν $F(x) = \int_a^x f(t)dt$, f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, $x \in [\alpha, \beta]$, τότε η F είναι παραγωγίσιμη με συνεχή πρώτη παράγωγο.
5. Είναι $\int_a^\beta f(x)dx > 0 \Leftrightarrow a > \beta$. (f συνεχής, γνήσια αύξουσα στο \mathbb{R}).
6. Αν f όχι γνήσια μονότονη στο $[a, \beta]$ ισχύει ότι: $\max(f(x)) \neq f(a)$ και $f(\beta)$
7. Αν $\int_a^\beta f(x)dx = \int_a^\beta g(x)dx$, τότε $f(x) = g(x)$ για κάποιο $x_0 \in [a, \beta]$.
8. Αν $F(x) = \int_a^x (\int_b^u f(t)dt)du$, f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, $x \in [\alpha, \beta]$, τότε η F είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με συνεχή δεύτερη παράγωγο.
9. Αν η συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και παρουσιάζει ακρότατα στα σημεία a και β με $a < \beta$, τότε υπάρχει σημείο χ_0 στο (a, β) ώστε $f''(\chi_0) = 0$.
10. Αν για τις συναρτήσεις f, g ισχύει $f(x) > g(x)$ για κάθε x πραγματικό, τότε ισχύει γιαυτές ότι: $f'(x) > g'(x)$.
11. Ο γεωμετρικός τόπος των μιγαδικών για τους οποίους ισχύει $\operatorname{Re}(z) = -\operatorname{Im}(z)$ είναι η ευθεία $y = -x$.
12. Στους μιγαδικούς αριθμούς ισχύει η ισοδυναμία: $z^2 + w^2 = 0 \Leftrightarrow z = w = 0$.
13. Αν για την συνεχή και μη σταθερή στο $[a, \beta]$ συνάρτηση f ισχύει ότι $\int_a^\beta f(x)dx = 0$, τότε η $f(x)$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο $[a, \beta]$.
14. Αν η συνάρτηση f είναι κυρτή σε όλο το \mathbb{R} , τότε η f δεν έχει ακρότατα.
15. Η συνάρτηση που ορίζεται με $F(x) = \int_a^x f(t)dt$, f συνεχής στο \mathbb{R} είναι παραγωγίσιμη με συνεχή πρώτη παράγωγο.
16. Οι εικόνες των μιγαδικών $z, -z, \bar{z}, -\bar{z}$ ($z \neq 0$) στο μιγαδικό επίπεδο είναι κορυφές ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
17. Αν για δύο συναρτήσεις ισχύει ότι $f'(x) = g'(x)$ για κάθε x πραγματικό και $f(1) = g(1)$, τότε οι f και g ταυτίζονται.
18. Αν η f διατηρεί σταθερό πρόσημο στο $[a, \beta]$, τότε η f είναι συνεχής στο $[a, \beta]$.
19. Αν η f είναι αντιστρέψιμη, τότε είναι γνήσια μονότονη.
20. Όλα τα ζεύγη συζυγών μιγαδικών με ίσο μέτρο, είναι αντιδιαμετρικά σημεία του ίδιου κύκλου.
21. Αν η παράγωγος συνάρτηση της f είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f είναι συνεχής στο x_0 .
22. Αν για τις συνεχείς στο $[a, \beta]$ συναρτήσεις f, g ισχύει η σχέση: $\int_a^x f(t)dt = \int_a^x g(t)dt$, $x \in [a, \beta]$, τότε $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in [a, \beta]$.
23. Κάθε συνεχής σε ένα διάστημα Δ συνάρτηση, έχει παράγουσα.

24. Αν μια συνάρτηση είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η παράγωγος της συνάρτησης διατηρεί θετικό πρόσημο.
25. Για δύο συνεχείς στο $[a, \beta]$ συναρτήσεις, υπάρχει σημείο στο οποίο η απόσταση τους γίνεται μέγιστη.
26. Δύο συναρτήσεις οι οποίες έχουν ίσες παραγώγους και δεν διέρχονται από το $(0,0)$ και οι δύο, μπορεί να ταυτίζονται.
27. Δύο μιγαδικοί οι οποίοι έχουν ίσα μέτρα ισαπέχουν από την αρχή των αξόνων.
28. Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει η σχέση: $|z^v + w^v| = |z + w|^v$
29. Ισχύει ότι $(z^v + (\bar{z})^v) = 2\text{Re}(z^v)$, $v \in \mathbb{N}$.
30. Η εικόνα του μιγαδικού $z = i^{2007}$, βρίσκεται στον άξονα $x'x$.
31. Αν η παράγωγος μιας συνάρτησης είναι σταθερός αριθμός, τότε η γραφική της παράσταση είναι ευθεία η οποία διέρχεται από το $(0,0)$.
32. Αν για δύο συναρτήσεις ορισμένες συνεχείς και παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , ισχύει η σχέση $f'(x) \geq g'(x)$, τότε ισχύει ότι $f(x) > g(x)$.
33. Αν οι γραφικές παραστάσεις των συνεχών στο \mathbb{R} συναρτήσεων f και g , τέμνονται στα σημεία $x=a$ και $x=\beta$, τότε υπάρχει σημείο στο (a, β) στο οποίο οι εφαπτόμενές τους είναι παράλληλες.
34. Η εικόνα ενός ανοικτού διαστήματος μιας συνεχούς συνάρτησης είναι ανοικτό διάστημα.
35. Μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση με θετικές τιμές στο Δ είναι και κυρτή στο Δ .
36. Το ορισμένο ολοκλήρωμα μιας συνεχούς και με θετικές τιμές συνάρτησης δεν είναι οπωσδήποτε θετικός αριθμός.
37. Μια κυρτή συνάρτηση στο πεδίο ορισμού της, παρουσιάζει τοπικό ακρότατο.
38. Μια συνάρτηση μπορεί να παρουσιάζει ακρότατο χωρίς να έχει κρίσιμο σημείο.
39. Μια συνάρτηση που έχει κρίσιμο σημείο έχει ακρότατο σε αυτό.
40. Η σχέση $|z - a| = |z + a|$, $a \in \mathbb{R}$, ισχύει μόνο για φανταστικούς αριθμούς.
41. Αν η παράγωγος συνάρτησης μιας συνάρτησης f , είναι ευθεία, τότε η f παρουσιάζει ακρότατο.
42. Το θεώρημα Rolle δεν ισχύει αν η f είναι ορισμένη σε ανοικτό διάστημα.
43. Αν δύο συναρτήσεις έχουν πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , τότε και η σύνθεσή τους έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .
44. Αν δύο συναρτήσεις έχουν πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , τότε και το γινόμενο και το πηλίκο τους έχουν πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .
45. Τα κοινά σημεία δύο αντίστροφων μεταξύ τους συναρτήσεων βρίσκονται πάνω στην ευθεία $y=x$.
46. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια αύξουσα, τότε και η αντίστροφή της είναι γνήσια αύξουσα.
47. Το άθροισμα δύο γνησίως μονότονων συναρτήσεων είναι επίσης γνήσια μονότονη συνάρτηση.
48. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα DLH σε κλάσμα της μορφής $(0/0)$, εφόσον αριθμητής και παρονομαστής είναι συνεχείς συναρτήσεις.

49. Η σχέση $(z - \bar{z})^n \in \mathbb{R}$, ισχύει μόνο αν $n=4\rho$, όπου ρ ακέραιος.
50. Αν A, B οι εικόνες των μιγαδικών z και iz , τότε η γωνία AOB είναι ορθή.
51. Αν A, B οι εικόνες των z, w τότε αν $|z+w|=|z|+|w|$ τα A, O, B είναι συνευθειακά σημεία.
52. Αν z είναι μη πραγματικός μιγαδικός, η συνάρτηση $f(x)=\text{Im}(z)+\text{Re}(z)x$, είναι σταθερή.
53. Η ασύμπτωτη ευθεία μιας συνάρτησης δεν έχει κοινά σημεία με την συνάρτηση.
54. Μια συνάρτηση με πλάγια ασύμπτωτη δεν μπορεί να έχει οριζόντια ασύμπτωτη.
55. Αν για μια συνάρτηση f ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$, $a \in \mathbb{R}^*$, έχει πλάγια ασύμπτωτη.
56. Μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το $[-2, 2]$ μπορεί να έχει ασύμπτωτη.
57. Αν το όριο μιας συνάρτησης όταν το x τείνει στο x_0 είναι θετικός αριθμός, τότε η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές για κάθε x κοντά στο x_0 .
58. Αν μια συνάρτηση είναι κοίλη σε ένα διάστημα Δ , τότε η f' παίρνει μόνο αρνητικές τιμές στο ίδιο διάστημα.
59. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ , τότε η παράγωγος της μπορεί είναι και ίση με το μηδέν για κάποιες τιμές από το διάστημα Δ .
60. Μία συνάρτηση κοίλη σε ένα διάστημα Δ και η εφαπτομένη της σε κάποιο εσωτερικό σημείο του Δ , μόνο ένα κοινό σημείο μπορούν να έχουν.
61. Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή στο $[a, \beta]$ και $g(x)$ η εφαπτομένη της σε κάποιο σημείο x_0 εσωτερικό του $[a, \beta]$, τότε το $\int_a^\beta (f(x) - g(x))dx$ είναι θετικός αριθμός.
62. Αν ισχύει $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $\int_k^r (f(x) - g(x))dx \geq 0$, όπου $r, k \in \mathbb{R}$.
63. Αν f συνεχής στο $[a, \beta]$ και f γνήσια μονότονη στο $[a, \beta]$, τότε το $\int_a^\beta f(x)dx$ δίνει το εμβαδόν ανάμεσα στην γραφική παράσταση της f , τον xx' και τις ευθείες $x=a, x=\beta$.
64. Το $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l$
65. Ισχύει η σχέση: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = l$
66. Μία συνάρτηση ορισμένη σε κλειστό διάστημα και η οποία είναι γνήσια φθίνουσα σε αυτό, μπορεί να παρουσιάζει σημείο καμπής σε εσωτερικό σημείο του διαστήματος.
67. Ένα σημείο στο οποίο δεν ορίζεται η δεύτερη παράγωγος μιας συνάρτησης, χαρακτηρίζεται κρίσιμο.
68. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια αύξουσα στο (a, β) και γνήσια φθίνουσα στο (β, γ) , παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x=\beta$.

69. Αν η f είναι συνεχής στο διάστημα Δ και α, β, γ ανήκουν στο Δ , τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx - \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx$
70. Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο Δ και a εσωτερικό του Δ για το οποίο $f''(a)=0$, τότε η f παρουσιάζει σημείο καμπής στο a .
71. Οι αντίθετοι φανταστικοί αριθμοί έχουν ίσα μέτρα.
72. Αν για το μιγαδικό w ισχύει $w + \bar{w} = 0$, τότε ο $(w+3) \in I$
73. Αν για το μιγαδικό z ισχύει ότι: $z \cdot \bar{z} = p^2$, τότε η εικόνα του z απέχει από το $(0,0)$ απόσταση p .
74. Ο μόνος μιγαδικός για τον οποίο ισχύει $|z-1|=0$ είναι ο i .
75. Αν $|z|=3$, τότε $|z-2| \leq 5$.
76. Αν A, B οι εικόνες των μιγαδικών z και iz , τότε η γωνία AOB είναι ορθή.
77. Ισχύει η σχέση: $z^4 = 16 \Leftrightarrow z = \pm 2i$
78. Οι εικόνες των $z, \bar{z}, -z, -\bar{z}$ είναι κορυφές τετραγώνου.
79. Αν ο $\frac{z}{w} \in \mathbb{R}$, τότε και ο $(\bar{z} \cdot w) \in \mathbb{R}$.
80. Αν A, B οι εικόνες των z, w τότε αν $|z+w|=|z|+|w|$ τα A, O, B είναι συνευθειακά σημεία.
81. Αν ισχύει ότι: $|z-2|=|z-2i|$, τότε $\text{Re}(z)+\text{Im}(z)=0$.
82. Κάθε μιγαδικός αριθμός z μπορεί να γραφθεί σαν: $z = \sqrt{(\text{Re}z)^2} + i \cdot \sqrt{(\text{Im}z)^2}$
83. Ο γ.τ των σημείων z για τα οποία ισχύει: $|2z-3i|=|3+2iz|$ είναι κύκλος ή μεσοκάθετη ευθεία.
84. Αν A, B οι εικόνες των μιγαδικών z, w και τα A, B είναι συμμετρικά ως προς τον οριζόντιο άξονα, τότε ισχύει $(z+w)^{2007} \in \mathbb{R}$.
85. Η σχέση $|z|^2 = z^2$, ισχύει αν $z \in \mathbb{R}$ ή $z \in I$.
86. Η σχέση $(z-\bar{z})^n \in \mathbb{R}$, ισχύει μόνο αν $n=4p$, όπου p ακέραιος.
87. Υπάρχουν ακριβώς δύο μιγαδικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν ταυτόχρονα οι σχέσεις $|z|<1$ και $|z-1|=|z-i|$.
88. Για κάθε μιγαδικό z ισχύουν οι σχέσεις: $\text{Re}z = \frac{z+\bar{z}}{2}$ και $\text{Im}z = \frac{z-\bar{z}}{2}$
89. Αν για τους μιγαδικούς z, w ισχύει η σχέση $z^2+w^2=0$, τότε οι z και w έχουν ίσα μέτρα.
90. Ισχύει η ισοδυναμία: $z^2+w^2=0 \Leftrightarrow z=w=0$.
91. Οι ρίζες μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης με πραγματικούς συντελεστές και αρνητική διακρίνουσα δίνονται από την σχέση: $\frac{-\beta \pm i \cdot \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$.
92. Αν ένα πολυώνυμο έχει ρίζα τον $(2+3i)$, τότε έχει ρίζα και τον $(2-3i)$.
93. Το μέτρο της διαφοράς δύο μιγαδικών ισούται με την απόσταση των εικόνων τους.
94. Αν ένα πολυώνυμο με πραγματικούς συντελεστές έχει ρίζα το $2i$, τότε θα έχει παράγοντα το (z^2+4) .