

ΘΕΜΑΤΑΚΙΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1°

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (2x - y)^2 - 3(x + y)(-y + x) + 4y(x - y) \quad \text{και} \quad B = (x + 1)^3 - x^2(x + 1) - 8x + 5$$

1. Να αποδείξετε ότι: $A = x^2$ και $B = 2x^2 - 5x + 6$

2. Να λυθεί η εξίσωση: $A=B$.

(Απαντήσεις: $x=2$, $x=3$)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = x^3 - 4x^2 + 4x$ και $B = 2x^3 - 8x$

1. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις.

2. Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των παραστάσεων.

3. Να λύσετε την εξίσωση: $A + B = 0$

4. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση $\frac{A}{B}$;

5. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{A}{B} = \frac{2x-1}{x+3}$

(Απαντήσεις: 1. $A = x(x-2)^2$, $B = 2x(x-2)(x+2)$

2. ΕΚΠ: $2x(x-2)^2(x+2)$ ΜΚΔ: $x(x-2)$ 3. $x=0$, $x=2$, $x=-\frac{2}{3}$

4. $x \neq 0$, $x \neq 2$, $x \neq -2$ 5. $x = -1$ ή $x = -\frac{2}{3}$)

ΘΕΜΑ 3°

1. Δίνεται η παραβολή: $y = x^2 + 4kx + 2\lambda$ για την οποία γνωρίζουμε ότι έχει ελάχιστο για $x=-2$ την τιμή $y=-6$. Να υπολογίσετε τα k και λ .

2. Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η παραβολή με εξίσωση $y = \mu^2x^2 + 4x + p$ να παρουσιάζει ελάχιστο για $x=-2$.

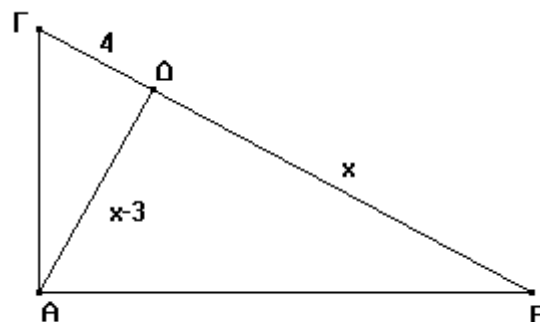
3. Για τις τιμές των k , λ και μ που βρήκατε, να υπολογίσετε το p ώστε οι δύο παραπάνω παραβολές να έχουν την ίδια κορυφή.

(1. $k=1$, $\lambda=-1$ 2. $\mu = \pm 1$ 3. $p=-6$)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) στο οποίο φέρνουμε το ύψος του $A\Delta$.

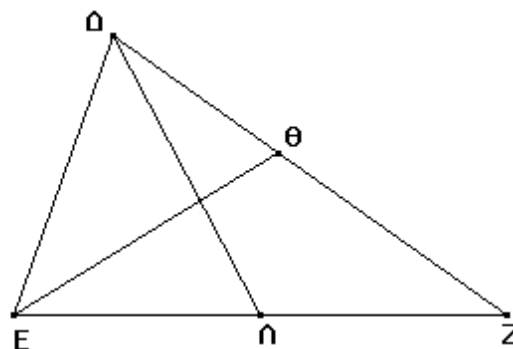
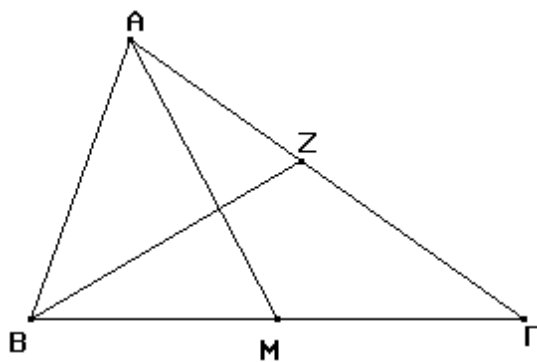
1. Να αποδείξετε ότι κάθε ένα από τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ είναι όμοιο με το αρχικό και να γράψετε τις αναλογίες που προκύπτουν.
2. Να δικαιολογήσετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $A\Delta B$ είναι όμοια.
2. Αν γνωρίζετε ότι $\Gamma\Delta=4$, $\Delta B=x$ και $A\Delta=x-3$, να υπολογίσετε το μήκος της υποτεινούσας $B\Gamma$ και του ύψους $A\Delta$.
($A\Delta=6$, $B\Gamma=9$)



ΘΕΜΑ 5°

Δίνονται τα ίσα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ , όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Χαράζουμε τις διαμέσους AM και $\Delta\Lambda$, καθώς και τις διχοτόμους BZ και $E\Theta$.

1. Να αποδείξετε ότι $AM=\Delta\Lambda$.
2. Να αποδείξετε ότι $BZ=E\Theta$.



ΘΕΜΑ 6°

A. Να λυθεί η εξίσωση: $x(x+4) = x(1-x) + 2$

B. Αν η μία από τις δύο ρίζες της εξίσωσης, ισούται με το ημίτονο μιας αμβλείας γωνίας ω , να υπολογίσετε τη γωνία ω .

Γ. Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = 4\sigma\upsilon\nu\omega - \sqrt{3} \cdot \epsilon\phi\omega$

(Απαντήσεις: A. $x = \frac{1}{2}$ ή $x = -2$ B. $\omega=150^\circ$ Γ. $A = -2\sqrt{3} - 1$)