

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , να διατυπώσετε και να αποδείξετε τον προσθετικό νόμο για αυτά.

(9 μονάδες)

A2. Να γράψετε τον τύπο που δίνει την διακύμανση δεδομένων που έχουν ταξινομηθεί σε k το πλήθος κλάσεις ίσου πλάτους, εξηγώντας τι αντιπροσωπεύει το κάθε σύμβολο στον τύπο.

(6 μονάδες)

A3. Χαρακτηρίστε ως «Σωστό» ή «Λάθος» τους παρακάτω ισχυρισμούς:

α. Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της ίδιας συνάρτησης.

β. Ο συντελεστής μεταβολής ενός δείγματος, μπορεί να πάρει τιμές μεγαλύτερες από 100%.

γ. Το εύρος μιας κανονικής κατανομής είναι περίπου ίσο με οκτώ φορές την τυπική της απόκλιση.

δ. Δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα είναι και ασυμβίβαστα.

ε. Τα μέτρα θέσης μιας κατανομής, είναι οπωσδήποτε μη αρνητικοί αριθμοί.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Σε μια επιχείρηση απασχολούνται 200 εργαζόμενοι συνολικά. Από αυτούς, οι 140 διαθέτουν αυτοκίνητο, ενώ υπάρχουν στην επιχείρηση 40 άνδρες που δεν έχουν αυτοκίνητο. Διαλέγουμε τυχαία ένα εργαζόμενο. Να υπολογίσετε τις παρακάτω πιθανότητες:

B1. Να είναι άνδρας ή να έχει αυτοκίνητο (8 μονάδες)

B2. Να είναι γυναίκα που δεν έχει αυτοκίνητο (7 μονάδες)

B3. Αν η επιχείρηση απολύσει 10 γυναίκες και 10 άνδρες από αυτούς που δεν έχουν αυτοκίνητο και γνωρίζετε ότι οι άνδρες που απασχολούνται στην επιχείρηση είναι πλέον 130 άτομα, να βρείτε :

i. Την πιθανότητα να επιλέξουμε γυναίκα που να έχει αυτοκίνητο (6 μονάδες)

ii. Την πιθανότητα να επιλέξουμε άνδρα ή γυναίκα με αυτοκίνητο. (4 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Στον πίνακα που ακολουθεί, φαίνονται οι μισθοί (σε εκατοντάδες) ευρώ των υπαλλήλων μιας επιχείρησης, οι οποίοι έχουν ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους. Η διάμεσος της κατανομής είναι 16. Δίνεται ακόμα ότι το πλήθος των

εργαζομένων της δεύτερης κλάσης είναι διπλάσιο από το πλήθος εκείνων της πρώτης κλάσης.

Κλάσεις	Κεντρική τιμή	Σχετική % συχνότητα	Σχετ. Αθροιστ. % συχνότητα
[,)			
[,)	9		30
[,)			
[,)		25	
[24,)			100
Σύνολα		100	

Γ1. Να βρείτε τις κλάσεις καθώς και τις κεντρικές τιμές. **(4 μονάδες)**

Γ2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να τον μεταφέρετε συμπληρωμένο στο γραπτό σας. **(10 μονάδες)**

Γ3. Να βρείτε τη μέση τιμή των μισθών και να εκτιμήσετε τη συνολική δαπάνη της επιχείρησης, αν γνωρίζετε ότι απασχολούνται σε αυτή 200 εργαζόμενοι. **(4 μονάδες)**

Γ4. Η επιχείρηση προχώρησε σε περικοπή από όλους τους εργαζόμενους του ίδιου ποσού μηνιαίως. Με τον τρόπο αυτό εξοικονόμησε 30.000 € σε μηνιαία βάση. Αφού υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή, να βρείτε πόσοι εργαζόμενοι αμείβονται με ποσό από 750 € έως 1350 €.

(7 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \frac{\bar{x} \cdot \ln x + s}{x}$, $x \in (0, +\infty)$, όπου \bar{x} και s

είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση μιας κανονικής κατανομής. Η συνάρτηση f

δέχεται οριζόντια εφαπτομένη στο σημείο $x_0 = \frac{1}{\sqrt{e}}$, την ευθεία με εξίσωση

$$y = 2\sqrt{e}.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\bar{x} = 2$ και $s = 3$. **(8 μονάδες)**

Δ2. Να αποδείξετε ότι: $\ln x + \frac{3}{2} \leq \sqrt{e} \cdot x$, για κάθε $x > 0$. **(6 μονάδες)**

Δ3. Αν τα (x_i, y_i) είναι σημεία που ανήκουν στην εφαπτόμενη ευθεία της συνάρτησης f στο σημείο της $(1, f(1))$, να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των τεταγμένων y_i . **(6 μονάδες)**

Δ4. Αν όλες οι τιμές της κανονικής κατανομής αυξηθούν κατά το ίδιο ποσό και βρεθεί έτσι το 16% του συνόλου να έχει τιμές πάνω από 12, να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής και το εύρος της νέας κανονικής κατανομής που προκύπτει.

(5 μονάδες)

Απαντήσεις:

A: Σ-Σ-Λ-Λ-Λ

B1: 0,9 B2: 0,1 B3: 2/9 B4: 7/9

Γ1: [0,6), [6,12),..., [24,30)

Γ2:

Κλάσεις	Κεντρική τιμή	Σχετική % συχνότητα	Σχετ. Αθροιστ. % συχνότητα
[,)	3	10	10
[,)	9	20	30
[,)	15	30	60
[,)	21	25	85
[24,)	27	15	100
Σύνολα		100	

Γ3: 1590€ , 318.000 € Γ4: 1440€, 50 εργαζόμενοι

Δ2: Η μέγιστη τιμή της f είναι το $2\sqrt{e}$, άρα $f(x) \leq 2\sqrt{e}$...

Δ3: Η εφαπτομένη έχει εξίσωση $y = -x + 4$, άρα $\bar{y} = 2, s = 3$

Δ4: Έχουμε προσθέσει το 7 σε όλες τις τιμές, οπότε $R=18, CV=1/3$.