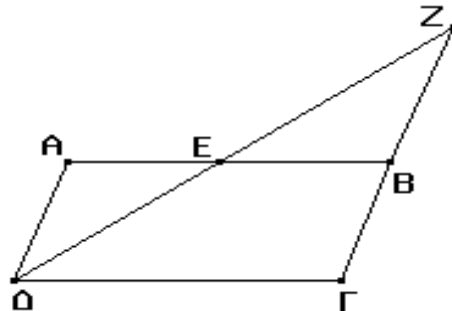


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

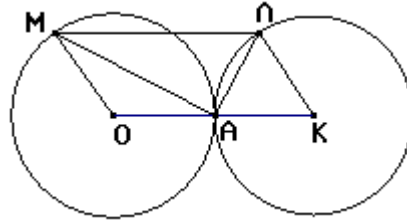
1. Από τις κορυφές A και Γ παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε τις AK κάθετη στη $B\Delta$ και $\Gamma\Lambda$ κάθετη στη $B\Delta$. Να δείξετε ότι $KA\Lambda = K\Gamma\Lambda$
2. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο στο A και K, Λ, M τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και ΓA αντίστοιχα. Να δείξετε ότι η περίμετρος του $AB\Gamma$ ισούται με την περίμετρο του $K\Lambda M\Lambda$ αυξημένη κατά το άθροισμα των διαγωνίων του.
3. Έστω $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο με $AB=2B\Gamma$. Αν M το μέσο της $\Gamma\Delta$ να δείξετε ότι η γωνία $\Lambda MB = 90^\circ$
4. Έστω $AB\Gamma$ τρίγωνο, M το μέσο της $B\Gamma$, E το μέσο του BM , Δ το μέσο του $A\Gamma$ και Z το μέσο του $B\Delta$. Να δείξετε ότι $EZ \parallel AB$ και $AB=4ZE$
- 5.- Από την κορυφή A ενός τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνουμε ευθεία $\chi A\psi$ που δεν τέμνει το τρίγωνο και έστω M, N οι προβολές των κορυφών B και Γ στην $\chi A\psi$. Αν P το μέσο της MN και Σ το μέσο της διαμέσου $A\Delta$ να αποδείξετε ότι $A\Delta=2P\Sigma$
- 6.- Αν το κέντρο ενός παραλληλόγραμμου ισαπέχει από δύο διαδοχικές πλευρές του, να αποδείξετε ότι αυτό είναι ρόμβος
- 7.- Έστω $AB\Gamma\Delta$ ένα τετράγωνο και έξω από αυτό κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα ABE και $B\Gamma Z$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔEZ είναι ισόπλευρο
- 8.- Στο σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Έστω E ένα σημείο της πλευράς AB τέτοιο ώστε $A\Delta=AE$. Να δείξετε ότι η $Z\Delta$ διχοτομεί τη γωνία Δ , καθώς και ότι $BE=BZ$ και $\Gamma\Delta=\Gamma Z$.
- 9.- Θεωρούμε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O και E σημείο του τμήματος



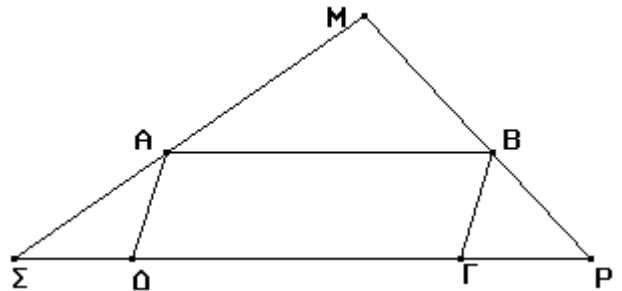
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔO . Από το Β φέρουμε κάθετη στην ΑΕ που τέμνει την ΑΟ στο Ζ. Να δειχθεί ότι: 1) $BZ=AE$ 2) $\Gamma Z=BE$

- 10.- Στο διπλανό σχήμα οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο Α. Αν η γωνία $\angle MA\Lambda = 90^\circ$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΟΚΛΜ είναι παραλληλόγραμμο



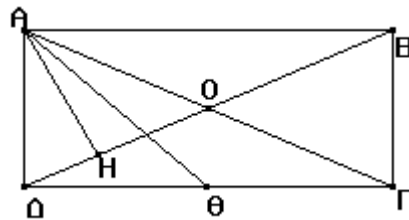
- 11.- Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Επίσης είναι $B\Gamma = \Gamma P$ και $A\Delta = \Delta\Sigma$. Να αποδειχθεί ότι $\angle SMP = 90^\circ$



- 12.- Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ και θεωρούμε τα σημεία Κ,Λ,Μ,Ν στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ αντίστοιχα, έτσι ώστε $AK=MG$ και $LG=AN$. Δείξτε ότι το ΚΛΜΝ είναι παραλληλόγραμμο και ότι $KL+LM+MN+NK=2BD$.

13. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τις διαμέσους του ΑΔ, ΒΕ, ΓΖ που τέμνονται στο Θ. Αν Κ,Λ,Μ είναι τα μέσα των ΘΑ,ΘΒ,ΘΓ να δείξετε ότι το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ίσο με το ΔΕΖ.

14. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο, $AH \perp BD$, Θ μέσο της ΓΔ και $\angle AOB = 130^\circ$. Να δείξετε ότι $A\Delta = \Delta\Theta$



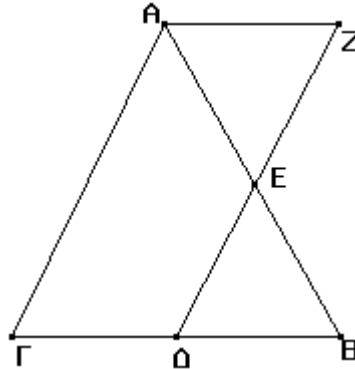
15. Έστω ΑΒΓ ένα τρίγωνο και Ε το μέσο της διαμέσου ΒΔ. Φέρνουμε την ΑΕ και στην προέκτασή της, παίρνουμε τμήμα $EZ=EA$. Έστω Θ το σημείο τομής της ΑΖ με την ΒΓ και Ρ το σημείο τομής της ΔΖ με τη ΒΓ. Να αποδείξετε ότι:
- Το τετράπλευρο ΑΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο
 - Το Θ είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου ΒΖΔ
 - $A\Theta = 3\Theta Z$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

16. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται σημείο Δ της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $B\Delta = \frac{1}{4}B\Gamma$. Αν E το μέσο της διαμέσου BZ , να δείξετε ότι $\Delta E \parallel AB$ και $\Delta E = \frac{1}{4}AB$

17. Έστω $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο. Φέρουμε την $BE \perp A\Gamma$. Αν η διχοτόμος της γωνίας ΔBE τέμνει την $\Gamma\Delta$ στο Z , να δείξετε ότι $B\Gamma = \Gamma Z$.

18. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$. Το Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$, E το μέσο της $A\Gamma$ και ισχύει $\Delta E = EZ$.
Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZB\Delta$ είναι ορθογώνιο.



19. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ η διχοτόμος του $A\Delta$ και M το μέσον της $B\Gamma$. Αν E η προβολή του B στην $A\Delta$ να δείξετε ότι :

α) $EM \parallel A\Gamma$

β) $EM = \frac{A\Gamma - AB}{2}$

γ) $\Delta EM = \frac{A}{2}$

20. Αν σε τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε $\Delta E \parallel AB$, και είναι $\Delta E = AB$, να δείξετε ότι $E\Gamma \parallel K\Lambda$ και $E\Gamma = 2K\Lambda$, όπου K μέσο της ΔB και Λ μέσο της $A\Gamma$.

