

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

1. Δίνονται τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  για τα οποία γνωρίζουμε ότι οι διάμεσοί τους  $AM$  και  $A'M'$ , τα ύψη τους  $A\Delta$ ,  $A'\Delta'$  καθώς και οι πλευρές τους  $B\Gamma$ ,  $B'\Gamma'$  είναι αντίστοιχα ίσες. Να αποδείξετε ότι:
  - α. Τα τρίγωνα  $A\Delta M$  και  $A'\Delta'M'$  είναι ίσα.
  - β. Τα τρίγωνα  $AM\Gamma$  και  $A'M'\Gamma'$  είναι ίσα.
  - γ. Τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα.
2. Δίνεται η οξεία γωνία  $\chi O\psi$ . Πάνω στις πλευρές της  $O\chi$ ,  $O\psi$  παίρνουμε τα σημεία  $A$ ,  $\Gamma$  και  $B$ ,  $\Delta$  αντίστοιχα, ώστε  $OA=OB$  και  $O\Gamma=O\Delta$ . Φέρνουμε τις  $A\Delta$  και  $B\Gamma$  και ονομάζουμε  $M$  το σημείο τομής τους. Να αποδείξετε ότι:
  - α. Τα τμήματα  $A\Delta$  και  $B\Gamma$  είναι ίσα.
  - β. Τα τμήματα  $MA$  και  $MB$  είναι ίσα.
  - γ. Η  $OM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\chi O\psi$ .
  - δ. Η  $OM$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $\Gamma\Delta$ .
3. Δίνονται τα οξυγώνια τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  για τα οποία γνωρίζουμε ότι οι πλευρές τους  $B\Gamma$  και  $B'\Gamma'$  είναι ίσες, καθώς και ότι τα ύψη  $B\Delta$ ,  $B'\Delta'$  και  $\Gamma E$ ,  $\Gamma'E'$  είναι αντίστοιχα ίσα. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα.
4. Δίνεται το τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Προεκτείνουμε την πλευρά  $BA$  κατά μήκος  $AB'=AB$  και την πλευρά  $\Gamma A$  κατά μήκος  $A\Gamma'=A\Gamma$ . Φέρνουμε τη διάμεσο  $AM$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  και την προεκτείνουμε μέχρι το σημείο  $M'$  της πλευράς  $B'\Gamma'$ . Να αποδείξετε ότι το τμήμα  $AM'$  είναι διάμεσος του τριγώνου  $AB'\Gamma'$ .
5. Σε οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  φέρνουμε τη διχοτόμο  $A\Delta$ . Από την κορυφή  $B$  φέρνουμε κάθετη  $BE$  προς την διχοτόμο, η οποία προεκτεινόμενη τέμνει την πλευρά  $A\Gamma$  στο σημείο  $Z$ . Να αποδείξετε ότι:
  - α. Το τρίγωνο  $ABZ$  είναι ισοσκελές.
  - β. Τα τμήματα  $\Delta B$  και  $\Delta Z$  είναι ίσα.
  - γ. Οι γωνίες  $A\Delta B$  και  $A\Delta Z$  είναι ίσες.
6. Δίνεται το τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Προεκτείνουμε την πλευρά  $BA$  κατά μήκος  $A\Gamma'=A\Gamma$  και την πλευρά  $\Gamma A$  κατά μήκος  $AB'=AB$ . Οι προεκτάσεις των τμημάτων  $B\Gamma$  και  $B'\Gamma'$  τέμνονται στο σημείο  $M$ . Να αποδείξετε ότι:
  - α. Τα τμήματα  $B\Gamma$  και  $B'\Gamma'$  είναι ίσα.
  - β. Τα τμήματα  $MB$  και  $MB'$  είναι ίσα.
  - γ. Το τμήμα  $MA$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $M$ .
7. Σε κύκλο με κέντρο  $O$ , παίρνουμε τη χορδή  $AB$  και δύο σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  πάνω στη χορδή τέτοια ώστε  $A\Gamma=B\Delta$ . Να αποδείξετε ότι:
  - α. Τα τμήματα  $O\Gamma$  και  $O\Delta$  είναι ίσα.
  - β. Αν  $M$  είναι το μέσο του  $\Gamma\Delta$ , η  $OM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $AOB$ .